

- **Binárnou reláciou** nazývame každú množinu usporiadaných dvojíc.

- **Binárnou reláciou** nazývame každú množinu usporiadaných dvojíc.
- ak R je relácia, píšeme aRb alebo $[a, b] \in R$, čítame: prvok a je v relácii R s prvkom b .

- **Binárnou reláciou** nazývame každú množinu usporiadaných dvojíc.
- ak R je relácia, píšeme aRb alebo $[a, b] \in R$, čítame: prvok a je v relácii R s prvkom b .
- Nech R je binárna relácia. **Definičným oborom** (prvým oborom) nazývame množinu $D(R)$, ktorá je daná takto:
$$a \in D(R) \iff \exists b; aRb.$$

- **Binárnou reláciou** nazývame každú množinu usporiadaných dvojíc.
- ak R je relácia, píšeme aRb alebo $[a, b] \in R$, čítame: prvok a je v relácii R s prvkom b .
- Nech R je binárna relácia. **Definičným oborom** (prvým oborom) nazývame množinu $D(R)$, ktorá je daná takto:
 $a \in D(R) \iff \exists b; aRb$.
- **Obor hodnôt** (druhý obor) relácie R je množina $H(R)$ daná takto: $b \in H(R) \iff \exists a; aRb$.

- **Binárnou reláciou** nazývame každú množinu usporiadaných dvojíc.
- ak R je relácia, píšeme aRb alebo $[a, b] \in R$, čítame: prvok a je v relácii R s prvkom b .
- Nech R je binárna relácia. **Definičným oborom** (prvým oborom) nazývame množinu $D(R)$, ktorá je daná takto:
$$a \in D(R) \iff \exists b; aRb.$$
- **Obor hodnôt** (druhý obor) relácie R je množina $H(R)$ daná takto: $b \in H(R) \iff \exists a; aRb.$
- Nech A, B sú množiny a R je binárna relácia. Ak $D(R) \subseteq A, H(R) \subseteq B$ hovoríme, že R je relácia **z** množiny A **do** množiny B .

- **Binárnou reláciou** nazývame každú množinu usporiadaných dvojíc.
- ak R je relácia, píšeme aRb alebo $[a, b] \in R$, čítame: prvok a je v relácii R s prvkom b .
- Nech R je binárna relácia. **Definičným oborom** (prvým oborom) nazývame množinu $D(R)$, ktorá je daná takto:
$$a \in D(R) \iff \exists b; aRb.$$
- **Obor hodnôt** (druhý obor) relácie R je množina $H(R)$ daná takto: $b \in H(R) \iff \exists a; aRb.$
- Nech A, B sú množiny a R je binárna relácia. Ak $D(R) \subseteq A, H(R) \subseteq B$ hovoríme, že R je relácia **z** množiny A **do** množiny B .
- Nech $n \in \mathbb{N}$, n -árnu reláciou nazývame každú množinu usporiadaných n -tíc.

- **Definícia.** Nech R je relácia na množine A , tak aj $\overline{R} = A^2 \setminus R$ je relácia na A . Hovoríme, že \overline{R} je **doplnkovou** (komplementárnou) reláciou k relácii R na množine A .

- **Definícia.** Nech R je relácia na množine A , tak aj $\overline{R} = A^2 \setminus R$ je relácia na A . Hovoríme, že \overline{R} je **doplňkovou** (komplementárnou) reláciou k relácii R na množine A .
- **Definícia. Identickou** (diagonálnou) reláciou na množine A nazývame reláciu $\Delta_A = \{[a, a]; a \in A\}$.

- **Definícia.** Nech R je relácia. Reláciu $R^{-1} = \{[a, b]; [b, a] \in R\}$ nazývame **inverzná** relácia k R .

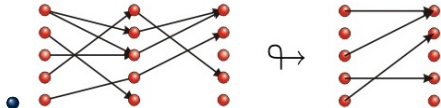
- **Definícia.** Nech R je relácia. Reláciu $R^{-1} = \{[a, b]; [b, a] \in R\}$ nazývame **inverzná** relácia k R .
- **Veta.** Zrejme platí $(R^{-1})^{-1} =$

- **Definícia.** Nech R je relácia. Reláciu $R^{-1} = \{[a, b]; [b, a] \in R\}$ nazývame **inverzná** relácia k R .
- **Veta.** Zrejme platí $(R^{-1})^{-1} = R$

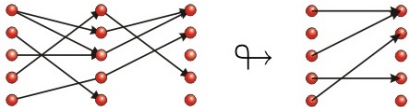
Nech R, S sú relácie na $A \times B$. Zrejme aj $R \cup S, R \cap S, R \setminus S$ sú relácie na $A \times B$.

- **Definícia.** Nech R, S sú relácie. Reláciu $R \circ S = \{[a, c]; \exists b [a, b] \in S \wedge [b, c] \in R\}$ nazývame **zloženou** reláciou z relácie R a S .

- **Definícia.** Nech R, S sú relácie. Reláciu $R \circ S = \{[a, c]; \exists b [a, b] \in S \wedge [b, c] \in R\}$ nazývame **zloženou** reláciou z relácie R a S .

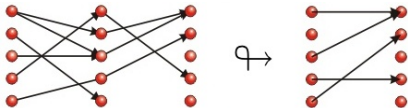


- **Definícia.** Nech R, S sú relácie. Reláciu $R \circ S = \{[a, c]; \exists b [a, b] \in S \wedge [b, c] \in R\}$ nazývame **zloženou** reláciou z relácie R a S .



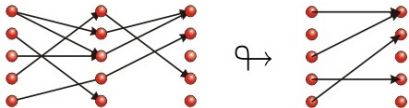
- **Veta.** Pre ľubovoľné relácie R, S, T platí $(R \circ S) \circ T =$

- **Definícia.** Nech R, S sú relácie. Reláciu $R \circ S = \{[a, c]; \exists b [a, b] \in S \wedge [b, c] \in R\}$ nazývame **zloženou** reláciou z relácie R a S .



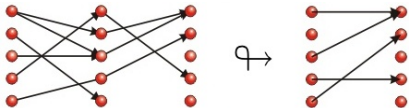
- **Veta.** Pre ľubovoľné relácie R, S, T platí $(R \circ S) \circ T =$
- $(R \circ S)^{-1} =$

- **Definícia.** Nech R, S sú relácie. Reláciu $R \circ S = \{[a, c]; \exists b [a, b] \in S \wedge [b, c] \in R\}$ nazývame **zloženou** reláciou z relácie R a S .



- **Veta.** Pre ľubovoľné relácie R, S, T platí $(R \circ S) \circ T = R \circ (S \circ T)$
- $(R \circ S)^{-1} =$

- **Definícia.** Nech R, S sú relácie. Reláciu $R \circ S = \{[a, c]; \exists b [a, b] \in S \wedge [b, c] \in R\}$ nazývame **zloženou** reláciou z relácie R a S .



- **Veta.** Pre ľubovoľné relácie R, S, T platí $(R \circ S) \circ T = R \circ (S \circ T)$
- $(R \circ S)^{-1} = S^{-1} \circ R^{-1}$

Definícia. Nech R je relácia na množine A . Hovoríme, že relácia R je

- **reflexívna** na množine A , ak $\forall a \in A; aRa$,

Definícia. Nech R je relácia na množine A . Hovoríme, že relácia R je

- **reflexívna** na množine A , ak $\forall a \in A; aRa$,
- **symetrická** na množine A , ak $\forall a, b \in A; aRb \Rightarrow bRa$,

Definícia. Nech R je relácia na množine A . Hovoríme, že relácia R je

- **reflexívna** na množine A , ak $\forall a \in A; aRa$,
- **symetrická** na množine A , ak $\forall a, b \in A; aRb \Rightarrow bRa$,
- **tranzitívna** na množine A , ak $\forall a, b, c \in A; aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$,

Definícia. Nech R je relácia na množine A . Hovoríme, že relácia R je

- **reflexívna** na množine A , ak $\forall a \in A; aRa$,
- **symetrická** na množine A , ak $\forall a, b \in A; aRb \Rightarrow bRa$,
- **tranzitívna** na množine A , ak $\forall a, b, c \in A; aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$,

- **antisymetrická** na množine A , ak $\forall a, b \in A; aRb \wedge bRa \Rightarrow a = b$,

Definícia. Nech R je relácia na množine A . Hovoríme, že relácia R je

- **reflexívna** na množine A , ak $\forall a \in A; aRa$,
- **symetrická** na množine A , ak $\forall a, b \in A; aRb \Rightarrow bRa$,
- **tranzitívna** na množine A , ak $\forall a, b, c \in A; aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$,
- **antisymetrická** na množine A , ak $\forall a, b \in A; aRb \wedge bRa \Rightarrow a = b$,
- **ireflexívna** na množine A , ak $\forall a \in A; a\bar{R}a$,

Definícia. Nech R je relácia na množine A . Hovoríme, že relácia R je

- **reflexívna** na množine A , ak $\forall a \in A; aRa$,
- **symetrická** na množine A , ak $\forall a, b \in A; aRb \Rightarrow bRa$,
- **tranzitívna** na množine A , ak $\forall a, b, c \in A; aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$,

- **antisymetrická** na množine A , ak $\forall a, b \in A; aRb \wedge bRa \Rightarrow a = b$,
- **ireflexívna** na množine A , ak $\forall a \in A; a\bar{R}a$,
- **súvislá** na množine A , ak $\forall a, b \in A; a \neq b \Rightarrow aRb \vee bRa$,

Definícia. Nech R je relácia na množine A . Hovoríme, že relácia R je

- **reflexívna** na množine A , ak $\forall a \in A; aRa$,
- **symetrická** na množine A , ak $\forall a, b \in A; aRb \Rightarrow bRa$,
- **tranzitívna** na množine A , ak $\forall a, b, c \in A; aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$,

- **antisymetrická** na množine A , ak $\forall a, b \in A; aRb \wedge bRa \Rightarrow a = b$,
- **ireflexívna** na množine A , ak $\forall a \in A; a\bar{R}a$,
- **súvislá** na množine A , ak $\forall a, b \in A; a \neq b \Rightarrow aRb \vee bRa$,
- **trichotomická** na množine A , ak pre každé dva prvky $a, b \in A$ platí práve jeden zo vzťahov: $a = b, aRb, bRa$.

Definícia. Nech R je binárna relácia na M .

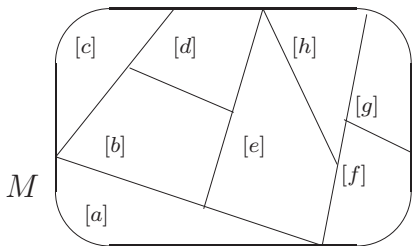
- **Reflexívny uzáver** R je relácia $R \cup \{(x, x) \mid x \in M\}$.
- **Symetrický uzáver** R je relácia $\overset{\leftrightarrow}{R} = \{(x, y) \mid (x, y) \in R \text{ alebo } (y, x) \in R\}$.
- **Tranzitívny uzáver** R je relácia $R^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} \mathcal{T}^i(R)$, kde \mathcal{T} je funkcia, ktorá pre každú binárnu reláciu S vráti reláciu

$$\mathcal{T}(S) = S \cup \{(x, z) \mid \text{existuje } y \text{ také, že } (x, y), (y, z) \in S\}$$

$$\mathcal{T}^i = \underbrace{\mathcal{T} \circ \dots \circ \mathcal{T}}_i \text{ je } i\text{-krát iterovaná aplikácia funkcie } \mathcal{T}.$$

- **Definícia.** Nech A je neprázdna množina. Systém S podmnožín množiny A sa nazýva **rozklad** množiny A , ak
 - $\emptyset \notin S$
 - $\forall B, C \in S; B \neq C \Rightarrow B \cap C = \emptyset$
 - $\bigcup S = A$

- **Definícia.** Nech A je neprázdna množina. Systém S podmnožín množiny A sa nazýva **rozklad** množiny A , ak
 - $\emptyset \notin S$
 - $\forall B, C \in S; B \neq C \Rightarrow B \cap C = \emptyset$
 - $\bigcup S = A$

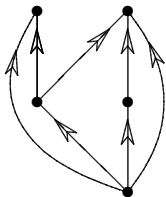


- **Definícia.** Nech R je relácia na množine A . Hovoríme, že R je relácia **ekvivalencie** na A , ak R je reflexívna na A , symetrická a tranzitívna.
- **Veta.** Nech R je relácia ekvivalencie na množine A . Pre ľubovoľný prvok $a \in A$ označíme $\bar{a} = \{x \in A; xRa\}$, potom $S = \{\bar{a}; a \in A\}$ je rozklad množiny A .
- **Definícia.** Nech R je relácia ekvivalencie na množine A . Množinu $\bar{a} = \{x \in A; xRa\}$ nazývame trieda rozkladu množiny A podľa ekvivalencie R , daná prvkom a . Systém $\{\bar{a}; a \in A\}$ budeme označovať A/R a nazývať faktorová množina množiny A podľa R .

- **Definícia.** Relácia $R \subseteq M \times M$ je **častočné usporiadanie** práve keď R je reflexívna, antisymetrická a tranzitívna. Tieto tri vlastnosti musia byť splnené a overené k dôkazu toho, že daná relácia R je usporiadaním.

Usporiadaná množina

- **Definícia.** Usporiadaná množina je dvojica (M, \preceq) , kde M je množina a \preceq je (čiastočné) usporiadanie na M .

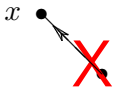


- **Definícia.** Usporiadanie \preceq na M je **lineárne (úplné)**, ak každé dva prvky M sú v \preceq porovnateľné.

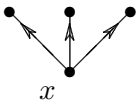
Ďalšie pojmy usporiadaných množín

Nech (M, \preceq) je usporiadaná množina. Prvok $x \in M$ je:

- **minimálny** práve keď pre každé $y \in M$ platí, že ak $y \preceq x$, tak $x \preceq y$.



- **maximálny** práve keď pre každé $y \in M$ platí, že ak $x \preceq y$, tak $y \preceq x$.
- **najmenší** práve keď pre každé $y \in M$ platí, že $x \preceq y$.

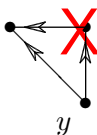


- **najväčší** práve keď pre každé $y \in M$ platí, že $y \preceq x$.

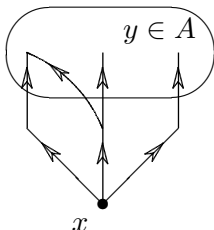
Ďalšie pojmy usporiadaných množín

Nech (M, \preceq) je usporiadaná množina. Prvok $x \in M$:

- **pokrýva** $y \in M$ práve keď $x \neq y$, $y \preceq x$ a neexistuje žiadne $z \in M$ také, že $x \neq z \neq y$ a $y \preceq z \preceq x$.



- je **dolné ohraničenie (dolní závora, mez)** množiny $A \subseteq M$ práve keď $x \preceq y$ pre každé $y \in A$.

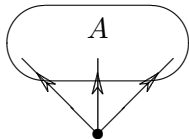


- je **horné ohraničenie (horní závora, mez)** množiny $A \subseteq M$ práve keď $y \preceq x$ pre každé $y \in A$.

Ďalšie pojmy usporiadaných množín

Nech (M, \preceq) je usporiadaná množina. Prvok $x \in M$:

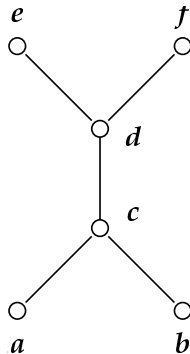
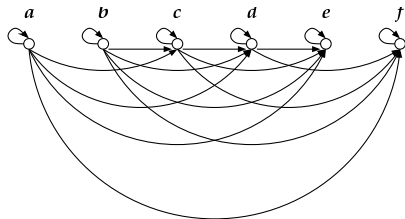
- je **infimum** množiny $A \subseteq M$ práve keď x je najväčšie dolné ohraničenie (dolní závora) množiny A .



- je **supremum** množiny $A \subseteq M$, práve keď x je najmenšie horné ohraničenie (horní závora) množiny A .

Hasseovské diagramy

Motiváciou zavedenia tzv. **Hasseovských diagramov** usporiadaných množín sú prehľadnejšie obrázky ako u grafov relácií.



Hasseovský diagram konečnej usporiadanej množiny (M, \preceq) je (jednoznačné) grafické znázornenie, ktoré vznikne takto:

- Do prvej "horizontálnej vrstvy" zakreslíme body odpovedajúce minimálnym prvkom (M, \preceq) .
- Ak už máme "vrstvu" i , tak do "vrstvy" $i + 1$ (ktorá je "nad" vrstvou i) zakreslíme všetky nezakreslené prvky, ktoré pokrývajú iba prvky "vrstiev" $\leq i$. Ak prvok x "vrstvy" $i + 1$ pokrýva prvok y "vrstvy" $\leq i$, spojíme x a y neorientovanou hranou (tj. "čiarou").

- **kvázi-usporiadanie**- R je reflexívna a tranzitívna
- **dobré usporiadanie** - každá podmnožina obsahuje najmenší prvok

Definícia.

- Binárnu reláciu f nazývame **zobrazením** vtedy, keď o nej platí:

$$[a, b] \in f \wedge [a, c] \in f \Rightarrow b = c.$$

Definícia.

- Binárnu reláciu f nazývame **zobrazením** vtedy, keď o nej platí:

$$[a, b] \in f \wedge [a, c] \in f \Rightarrow b = c.$$

- **Obraz množiny:**

$$f(M) = \{b; \exists a \in M \ f(a) = b\}.$$

Definícia.

- Binárnu reláciu f nazývame **zobrazením** vtedy, keď o nej platí:

$$[a, b] \in f \wedge [a, c] \in f \Rightarrow b = c.$$

- **Obraz množiny:**

$$f(M) = \{b; \exists a \in M \ f(a) = b\}.$$

- **Úplný vzor množiny:**

$$f^{-1}(P) = \{a; \exists b \in P \ f(a) = b\}.$$

Definícia.

- Binárnu reláciu f nazývame **zobrazením** vtedy, keď o nej platí:

$$[a, b] \in f \wedge [a, c] \in f \Rightarrow b = c.$$

- **Obraz množiny:**

$$f(M) = \{b; \exists a \in M \ f(a) = b\}.$$

- **Úplný vzor množiny:**

$$f^{-1}(P) = \{a; \exists b \in P \ f(a) = b\}.$$

- **Definičný obor $D(f)$**

Definícia.

- Binárnu reláciu f nazývame **zobrazením** vtedy, keď o nej platí:

$$[a, b] \in f \wedge [a, c] \in f \Rightarrow b = c.$$

- **Obraz množiny:**

$$f(M) = \{b; \exists a \in M \ f(a) = b\}.$$

- **Úplný vzor množiny:**

$$f^{-1}(P) = \{a; \exists b \in P \ f(a) = b\}.$$

- **Definičný obor** $D(f)$
- **Obor hodnôt** $H(f)$

Definícia.

- Ak o zobrazení f platí

$$\forall a, b \in D(f); a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b),$$

hovoríme, že je **prosté**, alebo **injekcia**.

Definícia.

- Ak o zobrazení f platí

$$\forall a, b \in D(f); a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b),$$

hovoríme, že je **prosté**, alebo **injekcia**.

- Nech $f : A \rightarrow B$. Ak platí, že $H(f) = B$ hovoríme, že f je zobrazenie **z** množiny A **na (surjekcia)** množinu B . Ak $D(f) = A$ hovoríme, že f je zobrazenie množiny A **do** množiny B . Ak platí, že $D(f) = A, H(f) = B$ hovoríme, že f je zobrazenie množiny A **na (surjekcia)** množinu B .

Definícia.

- Ak o zobrazení f platí

$$\forall a, b \in D(f); a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b),$$

hovoríme, že je **prosté**, alebo **injekcia**.

- Nech $f : A \rightarrow B$. Ak platí, že $H(f) = B$ hovoríme, že f je zobrazenie **z** množiny A **na (surjekcia)** množinu B . Ak $D(f) = A$ hovoríme, že f je zobrazenie množiny A **do** množiny B . Ak platí, že $D(f) = A, H(f) = B$ hovoríme, že f je zobrazenie množiny A **na (surjekcia)** množinu B .
- Prosté zobrazenie množiny A **na** množinu B nazývame **vzájomne jednoznačným zobrazením** A **na** B alebo **bijekciou** A **na** B .

Definícia.

- Ak o zobrazení f platí

$$\forall a, b \in D(f); a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b),$$

hovoríme, že je **prosté**, alebo **injekcia**.

- Nech $f : A \rightarrow B$. Ak platí, že $H(f) = B$ hovoríme, že f je zobrazenie **z** množiny A **na (surjekcia)** množinu B . Ak $D(f) = A$ hovoríme, že f je zobrazenie množiny A **do** množiny B . Ak platí, že $D(f) = A, H(f) = B$ hovoríme, že f je zobrazenie množiny A **na (surjekcia)** množinu B .
- Prosté zobrazenie množiny A **na** množinu B nazývame **vzájomne jednoznačným zobrazením** A **na** B alebo **bijekciou** A **na** B .
- Každé prosté zobrazenie je bijekciou svojho definičného oboru **na** svoj obor hodnôt.

- **Definícia.** Ak existuje bijekcia množiny A na množinu B hovoríme, že množina A je **ekvivalentná** s množinou B a píšeme $A \sim B$.

- **Definícia.** Ak existuje bijekcia množiny A na množinu B hovoríme, že množina A je **ekvivalentná** s množinou B a píšeme $A \sim B$.
- **Veta.** Pre ľubovoľné množiny A, B, C platí
 - $A \sim A$
 - $A \sim B \Rightarrow B \sim A$
 - $A \sim B \wedge B \sim C \Rightarrow A \sim C$

- **Definícia.** Ak existuje bijekcia množiny A na množinu B hovoríme, že množina A je **ekvivalentná** s množinou B a píšeme $A \sim B$.
- **Veta.** Pre ľubovoľné množiny A, B, C platí
 - $A \sim A$
 - $A \sim B \Rightarrow B \sim A$
 - $A \sim B \wedge B \sim C \Rightarrow A \sim C$
- **Definícia.** Nech je dané zobrazenie $f : A \rightarrow B$; na množine A definujeme reláciu \sim podmienkou:

$$a \sim b \iff f(a) = f(b).$$

Relácia \sim je ekvivalencia na A a faktorová množina A/\sim je ekvivalentná s oborom hodnôt $H(f)$.

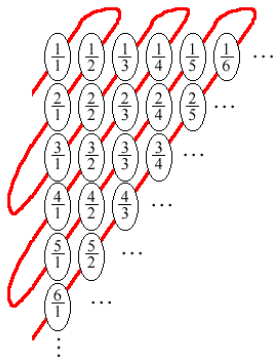
- konečné množiny

- konečné množiny
- nekonečné množiny

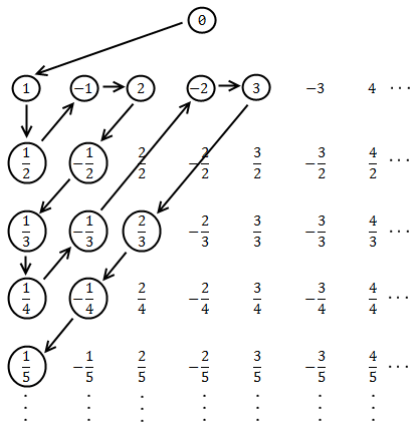
- konečné množiny
- nekonečné množiny
 - spočítateľné (existuje bijekcia s množinou prir. čísel)

- konečné množiny
- nekonečné množiny
 - spočítateľné (existuje bijekcia s množinou prir. čísel)
 - nespočítateľné (neexistuje bijekcia s množinou prir. čísel)

Mohutnosti množín-rationálne čísla



Mohutnosti množín-rationálne čísla



Mohutnosti množín-reálne čísla

