

jméno a příjmení	login	cvičící Fuchs / Hliněná / Tůma
------------------	-------	-----------------------------------

IDM, zadání P

T	1	2	3	4	5	6	Σ
---	---	---	---	---	---	---	----------

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte: $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} : x < y \Rightarrow |x| < |y|$.

Odpověď:

2. Platí formule $a < b \Rightarrow a + b = 7$ pro $a = 3, b = 2$?

Odpověď:

3. Platí $\emptyset \in \emptyset$?

Odpověď:

4. Symboly \square nahraďte některými ze symbolů $\in, \notin, \wedge, \vee$ tak, aby vzniklá formule platila pro libovolné množiny A, B : $(1 \notin A \setminus B) \Leftrightarrow (1 \square A \square 1 \square B)$.

Odpověď:

5. $A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{[1, 2]\}$. Určete $(A \times B) \setminus C$.

Odpověď:

6. $A = \{1\}, B = \{\{1\}\}$. Platí $A \subseteq B$?

Odpověď:

7. $R = \{[a, b], [b, c], [c, d]\}$. Určete $R \circ R$.

Odpověď:

8. $R = \{[a, a], [a, b], [b, a], [b, b]\}$. Je R relace ekvivalence na množině $A = \{a, b, c\}$?

Odpověď:

9. Na množině \mathbb{R} je dána operace \star následovně: $a \star b = a + |b|$. Je operace \star komutativní?

Odpověď:

10. Nakreslete graf s posloupností stupňů 3, 3, 3, 3, 3, 5.

Graf:

PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. a) Najděte množiny A, B tak, aby platilo:

$$\{2\} \subseteq A \setminus B \wedge \{2\} \in A \cap B.$$

- b) Najděte všechny dvojice množin X, Y , pro které platí:

$$|X \cap Y| = |X \setminus Y| \wedge X \cup Y = \{a, b, c\}.$$

2. Dokažte, že pro všechna přirozená čísla n platí:

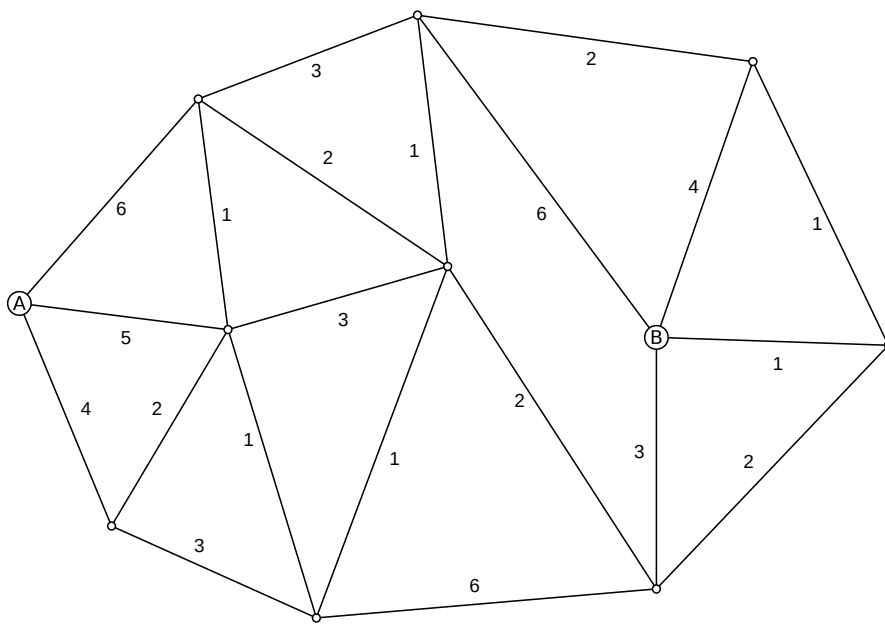
$$2 + 3 + 4 + \dots + (3n + 2) = \frac{1}{2} (3n + 1) (3n + 4).$$

3. Na množině $M = \{a, b, c, d\}$ je dána relace R :

$$R = \{[a, a], [a, b], [a, c], [a, d], [b, a], [b, b], [b, c], [c, a], [c, b], [c, c], [d, a]\}.$$

Zjistěte, zda relace R je a) reflexivní, b) symetrická, c) antisymetrická, d) tranzitivní.

4. a) Najděte nejkratší cestu z vrcholu A do vrcholu B v grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



- b) Může být graf s posloupností stupňů 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6 rovinný?

5. Na množině $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ je dán rozklad \mathcal{S} :

$$\mathcal{S} = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{e\}, \{f\}\}.$$

- a) Určete relaci ekvivalence R , která je dána rozkladem \mathcal{S} .

- b) Na množině A určete operaci \circ tak, aby platilo $a \circ f \neq b \circ f$ a R byla relací kongruence na A vzhledem k operaci \circ .

6. Na množině $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 15, 30\}$ je dána relace \sim následovně: $a \sim b \Leftrightarrow a|b$.

- a) Je relace \sim na množině A relací uspořádání?

- b) V případě kladné odpovědi na předchozí otázku nakreslete hasseovský diagram a zjistěte, zda se jedná o svazové uspořádání.