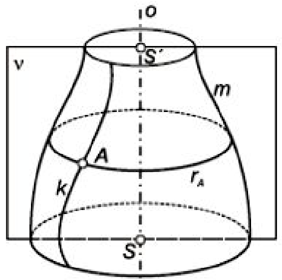
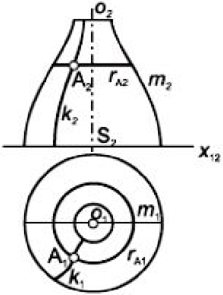
Rotačné plochy



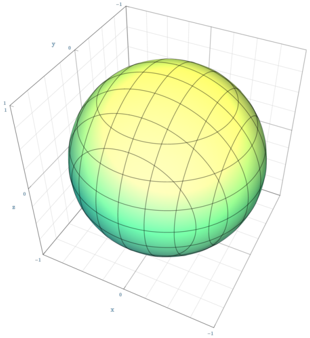


Rotačné plochy

- Daná je rovina α, priamka p, bod $L \in \alpha$. Pri rotácii roviny α okolo priamky p sa bod L pohybuje po kružnici (leží v rovine kolmej na α. jej stred $S \in p$).
- g je krivka v rovine α, jej body opisujú rotačnú plochu π
- polmeridián, meridián
- $[O, e_1, e_2, e_3]$ volíme tak, aby $O \in p, e_3 \in p, e_1 \in \alpha$
- polmeridián: $f(x, z) = 0, y = 0$.
- $L = [x, y, z] \Rightarrow |L, p| = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow$ rovnica rotačnej plochy je
$$f(\pm\sqrt{x^2 + y^2}, z) = 0.$$

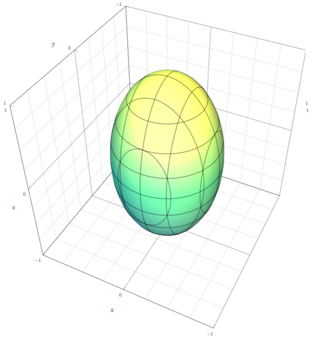
Rotačné plochy

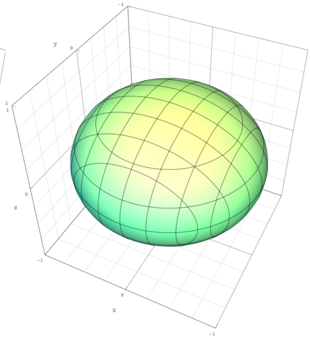
-
  - Kružnica: $x^2 + y^2 = r^2$
  - Guľa: $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$



Rotačné plochy

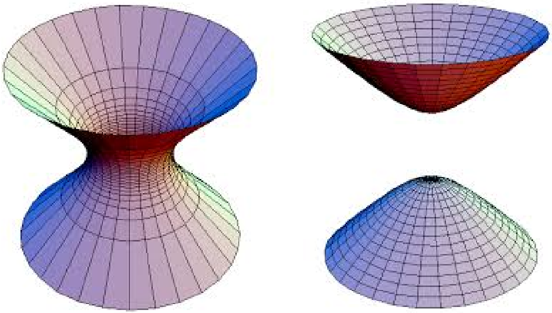
-
  - Elipsa: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
  - Rotačný elipsoid (pretiahnutý, sploštený): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
    $0 < a < c$ alebo $0 < c < a$





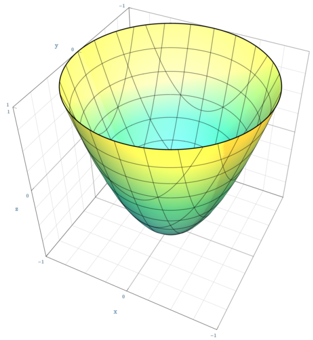
Rotačné plochy

-
  - Hyperbola: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$
  - Rotačný jednodielny hyperboloid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$
  - Rotačný dvojdielny hyperboloid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$



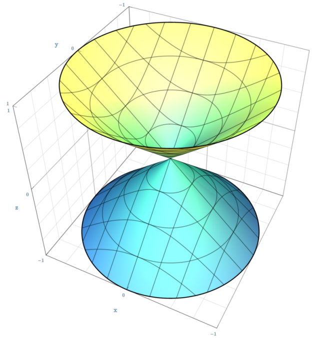
Rotačné plochy

-
  - Parabola: $x^2 = 2pz$
  - Rotačný paraboloid: $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{p} - 2z = 0$



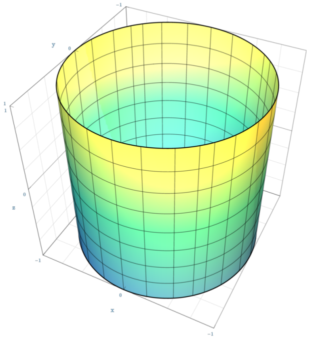
Rotačné plochy

-
  - Priamka: $cx - az = 0, ac \neq 0$
  - Rotačná kužeľová plocha: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$

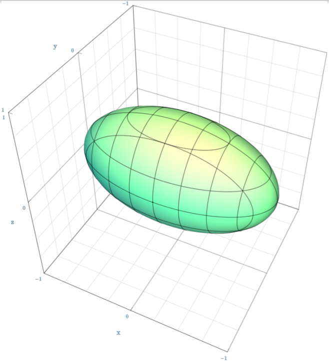


Rotačné plochy

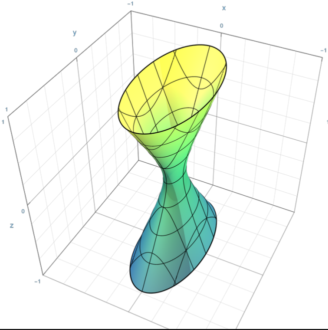
-
    - Priamka: $x = a, a \neq 0$
    - Rotačná valcová plocha: $x^2 + y^2 = a^2$



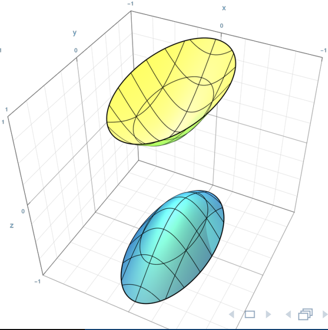
- **Ďalšie kvadratické plochy**
  - Dosadíme: $x' = \lambda_1 x, y' = \lambda_2 y, z' = \lambda_3 z$
  - Dostaneme ďalšie kvadratické, ale už nie rotačné plochy
  - trojosový elipsoid, trojosové hyperboloidy (jedno alebo dvojdielne), eliptický paraboloid, eliptická kuželová plocha, eliptická valcová plocha, hyperbolický paraboloid $(\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 2z = 0)$



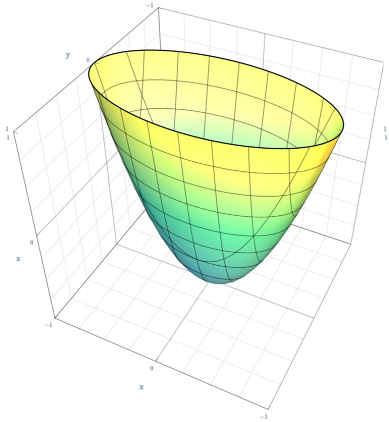
−1
y
0
1
1
0
z
−1
0
x
−1



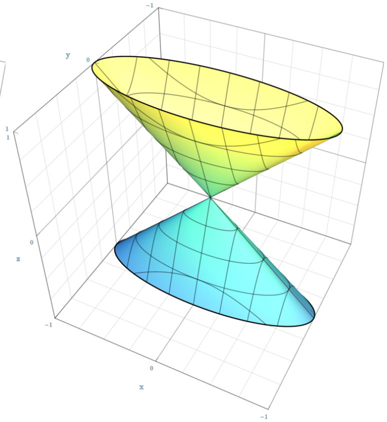
−1
x
y
0
0
−1
1
1
0
z
−1



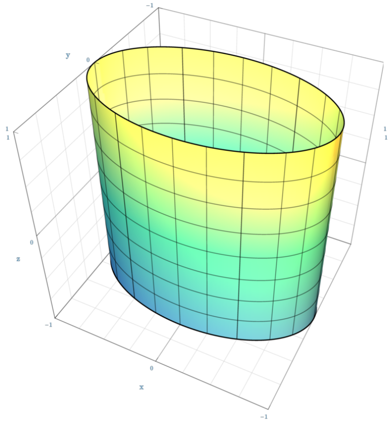
−1
x
y
0
0
−1
1
1
0
z
−1

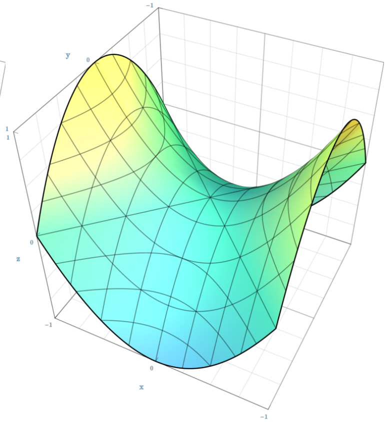


y
z
x
−1
0
1



y
z
x
−1
0
1


y
z
x
−1
0
1
1
0
−1
0
−1


y
z
x
−1
0
1
1
0
−1
0
−1

Zisťovanie druhu kvadriky pomocou priesekov, príklad

Pomocou priesekov zistite druh kvadriky: $2x^2 + 3y^2 - 6z^2 - 18 = 0$.

Riešenie.

- Priesek s rovinou $z = h$ (za z dosadíme h a upravíme) je elipsa:

$$\frac{x^2}{\frac{6h^2+18}{2}} + \frac{y^2}{\frac{6h^2+18}{3}} = 1$$

- Priesek s rovinou $x = k$ (za x dosadíme h a upravíme) je hyperbola

$$\frac{y^2}{\frac{18-2k^2}{3}} - \frac{z^2}{\frac{18-2k^2}{6}} = 1, |k| < 3$$

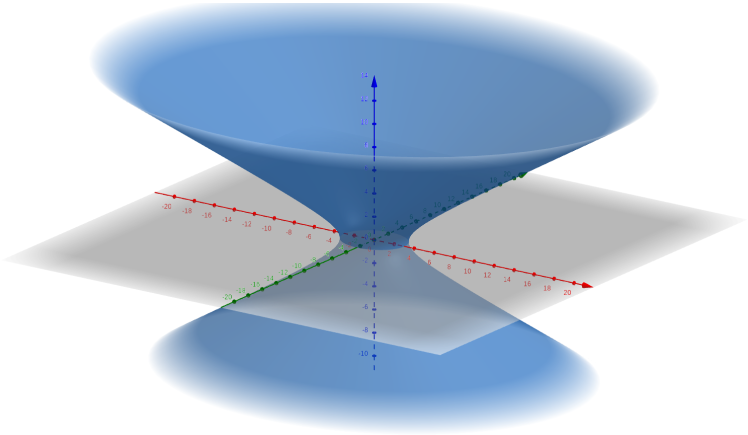
$$\frac{z^2}{\frac{18-2k^2}{6}} - \frac{y^2}{\frac{18-2k^2}{3}} = 1, |k| > 3$$

alebo množina bodov dvoch priamok, priemety do roviny O_{yz} majú rovnice

$$\sqrt{3}y - \sqrt{6}z = 0, \sqrt{3}y + \sqrt{6}z = 0, |k| = 3.$$

Podobné výsledky dostaneme aj pre $y = l$, teda sa jedná o trojosový jednodielny hyperboloid.

Pokračovanie príkladu-obrázok



Niekedy sa pomocou priesekov nedá zistiť druh kvadriky. V prednaska13.pdf zistíme, akú úlohu pri zisťovaní druhu kvadrík majú vlastné čísla.