

## LIMITA POSTUPNOSTI A FUNKCE

1. Vypočítejte:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{4}{4n}\right)$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[n]{4} - 16)$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+5}{4-2n}$ ,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{2}{4n}\right)^3$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1}}{n+1}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+5}\right)^{n+5}$ ,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-2}{1+3n}\right)^{5n-3}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$ ,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}}$ .

2. Vypočítejte:

- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2}{x^2-3x+2}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2-1} - \frac{2}{x^4-1}\right)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6}-2}{x+2}$ ,
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+9}}{x+3}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+2}\sqrt{3x+4}\sqrt{5x}}{\sqrt{2x+1}}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$ ,
- $\lim_{x \rightarrow -1^-} \operatorname{arctg} \frac{1}{1+x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{x^3}$ ,
- $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x}\right)$ .

3. Najděte asymptoty grafu funkce:

- $f_1(x) = \frac{x}{x-1}$ ,
- $f_2(x) = \frac{x^3+2}{x^2-4}$ ,
- $f_3(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1}$ ,
- $f_4(x) = x + \frac{2x}{x^2-1}$ ,
- $f_5(x) = 2x - \frac{\cos x}{x}$ .

## NÁROČNĚJŠÍ ÚKOLY

1. Necht'  $c \in \mathbb{R}$  a  $c \geq 0$ . Spočtete limitu posloupnosti  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ , která je zadána následujícím způsobem:

$$a_1 = \sqrt{c}, \quad a_{n+1} = \sqrt{a_n + c}, \quad \text{pro každé } n \in \mathbb{N}.$$

### 2. Vypočítejte:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{x+1} - 1}{x}$
- (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{2-x}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}$
- (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+2\sqrt{3x+4\sqrt{5x}}}}{\sqrt{2x+1}}$
- (d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{17 + \ln(n^5 + n^3 + n + 1) + \ln(n^{10} - n^8 + 6)}{24 + \ln(15n^7 + 25) + \ln(6n + 1)} =$
- (e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 2 \sin \frac{x}{2}}{\sqrt{2-x^3} - \sqrt{2+6x^3}} =$
- (f)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + |x| + x)^{\cot x} =$
- (g)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{10^n + (5n + 7)^n} \cdot \sin \frac{n}{n^2 + 7} =$
- (h)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( (n^5 + 2)^{25} - (n + 5)^{125} \right) \cdot \left( \left( 1 + \frac{1}{25n^4} \right)^{125} - 1 \right)^{31} =$
- (i)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x \cdot \ln \operatorname{tg} x - \cos x \cdot \ln \operatorname{cot} x}{\cos 2x} =$
- (j)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(n^3 - 11n + 1) - 3 \ln n}{\ln(n^2 + 17) - 2 \ln n} =$
- (k)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{e^{3 \sin 2x} - e^{2 \cos x}}{\sin 4x} =$
- (l)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + \cos \frac{1}{n}} - \sqrt[3]{n^2 + 2 \operatorname{arctg} n^2}}{\sqrt{n^3 - \sqrt[4]{n}} \cdot \cos \frac{1}{n} - \sqrt{n^3 - 4 \sqrt[4]{n}} \cdot \operatorname{arctg}^2 n} =$
- (m)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (2 \operatorname{tg} x - \operatorname{cot} x)^{\frac{1}{\sin x - \cos x}} =$
- (n)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \left( 25 + \frac{1}{n} \right)^6 - \left( 5 + \frac{1}{n} \right)^{12} \right) \cdot \sqrt[n]{(n+2)^7 - (n-1)^7} =$
- (o)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{(2^{x+1}-2)} - 1}{\sqrt{1 - \cos x}} =$
- (p)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln(2^n + 3^n + 4^n) \cdot \sin \frac{5}{n} =$
- (q)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{e^{x^2} - 1}}{\operatorname{arctg} x} =$