

# Integrální počet

January 11, 2016

- $\mathcal{I}$  interval v  $R$ ,  $f : \mathcal{I} \rightarrow R$ . Funkci  $F$  nazveme **primitivní** k funkci  $f$  v intervalu  $\mathcal{I}$ , ak  $\forall x \in \mathcal{I}$  je

$$F'(x) = f(x).$$

- Je-li  $F$  primitivní k nějaké funkci  $f$  na intervalu  $\mathcal{I}$ , pak je  $F$  spojitá funkce na  $\mathcal{I}$ .
- Je-li  $F$  primitivní k nějaké funkci  $f$  na intervalu  $\mathcal{I}$ , pak  $\{F + c; c \in R\}$  je množina všech primitivních funkcí k funkci  $f$ .

- **Integrace per partes**

$$\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$$

$$[(uv)' = u'v + uv']$$

- **Metoda substituce**

- Jestliže  $f \circ g, g'$  jsou definovány na intervalu  $\mathcal{I}$  a  $\int f(t)dt = F(t) + c$  potom

$$\int f(g(x))g'(x)dx = F(g(x)) + c,$$

- jestliže navíc existuje  $g^{-1}$  a  $\int f(g(t))g'(t)dt = G(t) + c$ , potom

$$\int f(x)dx = G(g^{-1}(x)) + c.$$

- **Integrace racionálních lomených funkcí**

## • Integrace některých iracionálních funkcí

- $\int R\left(x, x^{\frac{1}{k_1}}, x^{\frac{1}{k_2}}, \dots, x^{\frac{1}{k_n}}\right) dx; k_1, k_2, \dots, k_n \in \mathbb{N}$
- *substitute:  $x = t^k; k$  nejmenší sp. násobek  $k_i$*
- $\int R\left(x, \left(\frac{1ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{1}{k_1}}, \left(\frac{1ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{1}{k_2}}, \dots, \left(\frac{1ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{1}{k_n}}\right) dx;$   
 $k_1, k_2, \dots, k_n \in \mathbb{N}$
- *substitute:  $t = \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{\frac{1}{k}}$ ;  $k$  nejmenší sp. násobek  $k_i$*
- $\int R\left(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}\right) dx$
- *substitute:*
  - *ak  $a > 0 \Rightarrow t = \sqrt{ax^2 + bx + c} \pm x\sqrt{a}$*
  - *ak  $c \geq 0 \Rightarrow tx = \sqrt{ax^2 + bx + c} \pm \sqrt{c}$*

## • Integrace trigonometrických funkcí

- $\int R(\sin x, \cos x) dx$
- *substitute*:  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$
- *Je-li*  $R(\sin x, \cos x)$  *lichá v sinu (resp. kosinu)*
- *substitute*:  $t = \cos x$
- *Je-li*  $R(\sin x, \cos x)$  *sudá v sinu i v kosinu (současně)*
- *substitute*:  $t = \operatorname{tg} x$