Metóda najmenších štvorcov

- Máme uzly s nameranými hodnotami.

Metóda najmenších štvorcov

- Máme uzly s nameranými hodnotami.
- Poznáme funkčnú závislosť medzi x a y, napr. $y = c_0 + c_1 x$, všeobecne

$$y = c_0\varphi_0(x) + \cdots + c_m\varphi_m(x),$$

kde φ_i sú známe funkcie.

Metóda najmenších štvorcov

- Máme uzly s nameranými hodnotami.
- Poznáme funkčnú závislosť medzi x a y, napr. $y = c_0 + c_1 x$, všeobecne
$$y = c_0 \varphi_0(x) + \cdots + c_m \varphi_m(x),$$
kde φ_i sú známe funkcie.
- Ako nájdeme koeficienty c_i?

Metóda najmenších štvorcov

- Máme uzly s nameranými hodnotami.
- Poznáme funkčnú závislosť medzi x a y, napr. $y = c_0 + c_1 x$, všeobecne

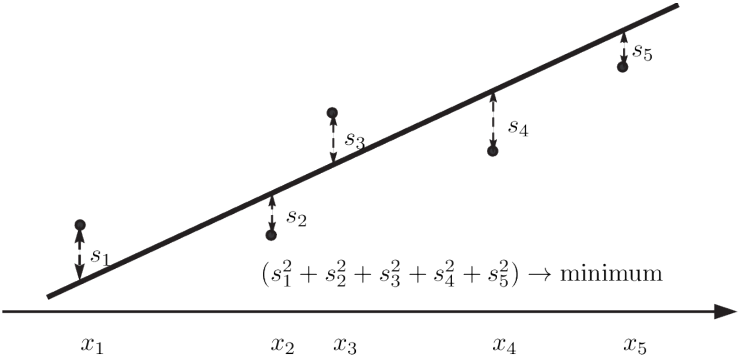
$$y = c_0\varphi_0(x) + \cdots + c_m\varphi_m(x),$$

  kde φ_i sú známe funkcie.
- Ako nájdeme koeficienty c_i?
- Koeficienty určíme tak, aby odchylka

$$\sum_{i=0}^{n} \left(y_i - c_0\varphi_0(x) - \cdots - c_m\varphi_m(x)\right)^2$$

  bola minimálna.

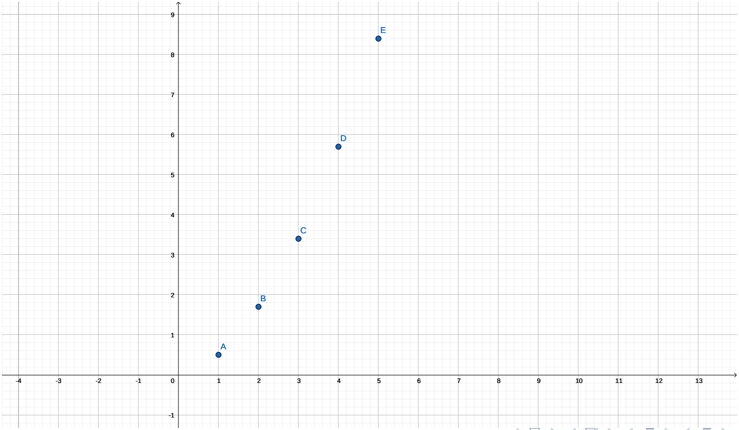
Metóda najmenších štvorcov, priamka



Metóda najmenších štvorcov

(Príklad, zadanie)

x_i	1	2	3	4	5
$f(x_i)$	0,5	1,7	3,4	5,7	8,4



Metóda najmenších štvorcov, priamka

Hľadáme priamku

$$y = a + bx,$$

pre ktorú je

$$\sum_{i=0}^{n} (y_i - a - bx_i)^2$$

minimálne.
Potom normálne rovnice sú:

$$a.\ \textit{počet uzlov}\ + b. \sum x_i = \sum y_i,$$

$$a. \sum x_i + b. \sum x_i^2 = \sum x_i \cdot y_i.$$

Metóda najmenších štvorcov, priamka

(Príklad, riešenie)

Pre náš konkrétny príklad je:

$$5a + 15b = 19,7$$

$$15a + 55b = 78,9.$$

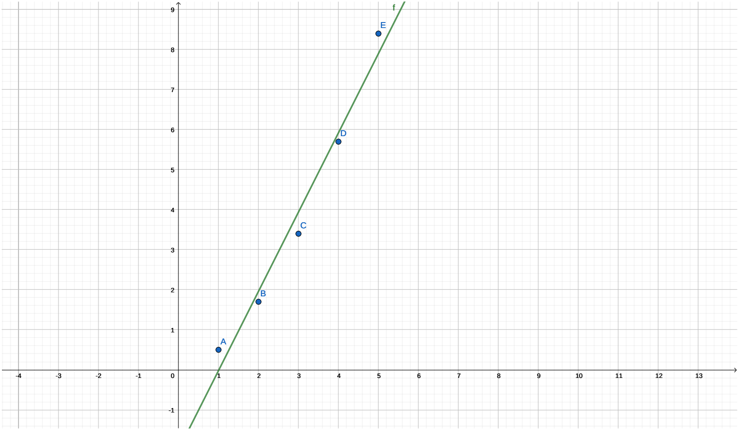
Potom

$$a = -2, \qquad b = 1,98.$$

Teda

$$y = -2 + 1,98x.$$

Metóda najmenších štvorcov, priamka



Metóda najmenších štvorcov, parabola

Hľadáme parabolu

$$y = a + bx + cx^2,$$

pre ktorú je

$$\sum_{i=0}^{n} \left(y_i - a - bx_i - cx_i^2\right)^2$$

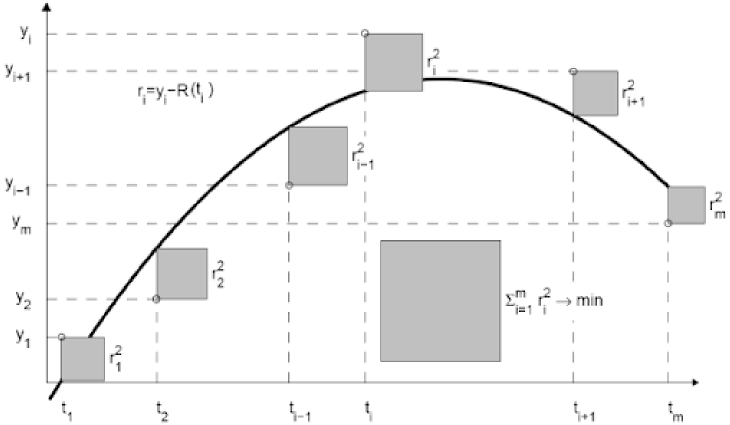
minimálne.
Potom normálne rovnice sú:

$$a.\ \textit{počet uzlov}\ + b.\sum x_i + c.\sum x_i^2 = \sum y_i,$$

$$a.\sum x_i + b.\sum x_i^2 + c.\sum x_i^3 = \sum x_i \cdot y_i,$$

$$a.\sum x_i^2 + b.\sum x_i^3 + c.\sum x_i^4 = \sum x_i^2 \cdot y_i.$$

Metóda najmenších štvorcov



Metóda najmenších štvorcov, parabola

(Príklad, riešenie)

Nech

$$y = a + bx + cx^2,$$

potom

$$a.5 + b.15 + c.55 = 19,7$$

$$a.15 + b.55 + c.225 = 78,9$$

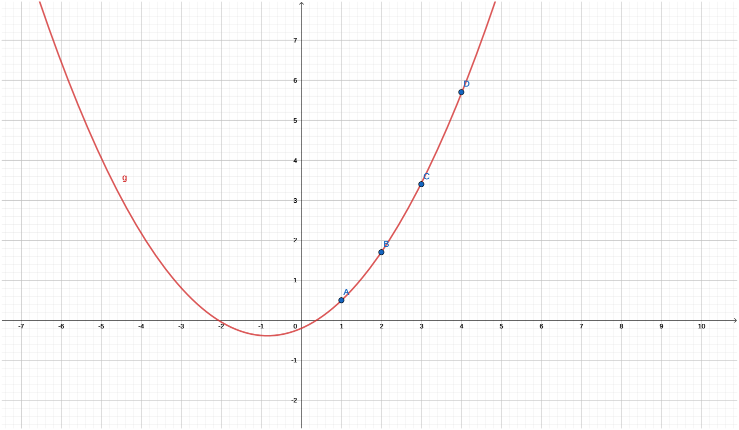
$$a.55 + b.225 + c.979 = 339,1$$

Potom

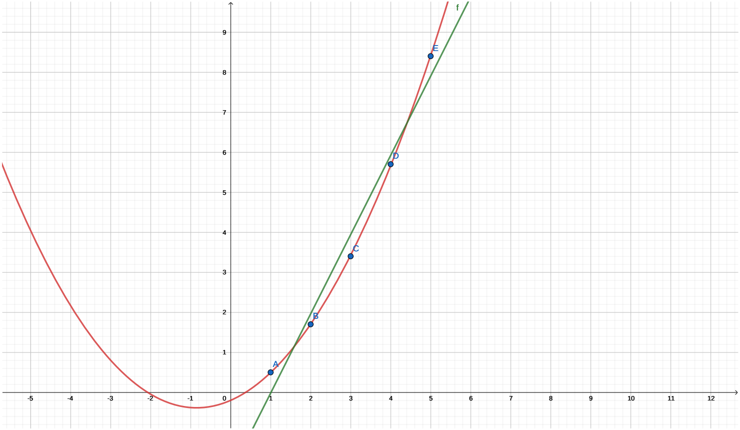
$$a \doteq -0,2; \quad b \doteq 0,437143; \quad c \doteq 0,257143,$$

$$y = -0,2 + 0,437143x + 0,257143x^2.$$

Metóda najmenších štvorcov, parabola



Metóda najmenších štvorcov, parabola



Metóda najmenších štvorcov, exponenciála

(Príklad, riešenie)

Nech

$$y = a \cdot b^x,$$

potom

$$\ln y = \ln a + x \cdot \ln b.$$

Označme:

$$A = \ln a, \qquad B = \ln b,$$

potom

$$\ln y = A + B \cdot x,$$

preto

$$A.\ \textit{počet uzlov}\ + B.\sum x_i = \sum \ln y_i$$

$$A.\sum x_i + B.\sum x_i^2 = \sum x_i \cdot \ln y_i$$

Metóda najmenších štvorcov, exponenciála

(Príklad, riešenie)

$$5A + 15B = 4,93,$$

$$15A + 55B = 21,64246.$$

Potom

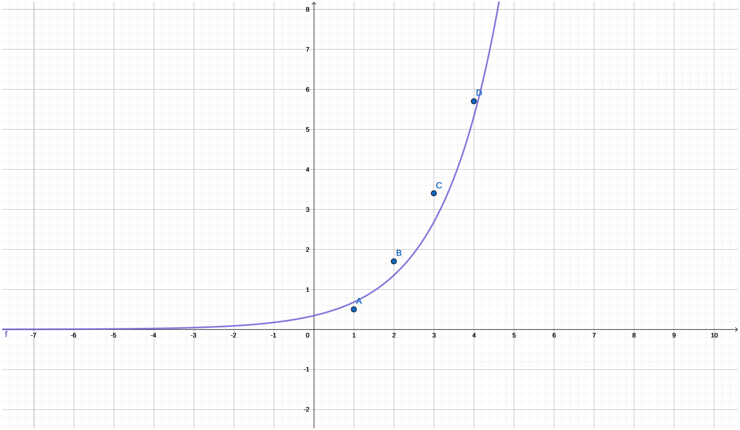
$$A \doteq -1,069738; \qquad B \doteq 0,685246$$

$$a = e^{-1,069738} = 0,3431$$

$$b = e^{0,685246} = 1,98426$$

$$y = 0,3431.1,98426^{x}.$$

Metóda najmenších štvorcov, exponenciála



Metóda najmenších štvorcov, exponenciála