

|                  |       |   |
|------------------|-------|---|
| jméno a příjmení | login | cvičící<br>Fuchs Fusek Hlavičková<br>Hliněná Tůma |
|------------------|-------|---|

## IMA1, zadání A

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **10 bodů** a písemky za **70 bodů**.

Z testu musíte získat aspoň 7 bodů, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

Pokud v písemce budou příklady 5 a 6 hodnoceny 0 body, zbylé příklady nebudou hodnoceny a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

Povolená pomůcka je jeden list papíru formátu A4 popsany jakkoli a čímkoli (tento list neodevzdávejte). Jiné pomůcky (např. kalkulačky, telefony, hodinky) nejsou povoleny.

## TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Rozhodněte, zda platí  $(\exists x \in \mathbb{R}: |x| < 0) \Rightarrow (\exists y \in \mathbb{R}: \cos y = 1)$ .

Odpověď:

2. Určete všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro která platí  $\frac{1}{x} < 3$ .

Odpověď:

3. Nakreslete graf funkce  $f(x) = \ln|x - 3|$ .

Odpověď:

4. Nakreslete graf funkce  $f$  na intervalu  $(0, 2)$ , která splňuje podmínky  $f(1) = 1$ ,  $f'_-(1) = \infty$ ,  $f'_+(1) = -\frac{1}{2}$ .

Odpověď:

5. Vypočtěte integrál  $\int \frac{1}{2} \cos(2x - \sqrt{3}) dx$ .

Odpověď:

# PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. Určete definiční obor funkce  $f(x) = \ln(x - \sqrt{15 - 2x})$ .

2. Nakreslete graf funkce  $f$ , pro kterou platí:

$D(f) = \mathbb{R}$ ,  $f$  je sudá, asymptota v  $\infty$  má rovnici  $x - 4y = 4$ ,

v  $x = 3$  má  $f$  nespojitost 2. druhu a je tam spojitá zleva,

$f(0) = f(2) = f(3) = -2$ ,  $f(1) = -1$ ,

$f'_+(0) = 2$ ,  $f'(1) = 0$ ,  $f'_-(2) = -2$ ,  $f'_+(2) = 1$ ,  $f'_-(3) = -\infty$ ,  $f'(x) > 0$  pro  $x \in (3, \infty)$ ,

$f''(x) < 0$  pro  $x \in (0, 2)$  a pro  $x \in (2, 3)$ .

3. Najděte lokální extrémů funkce  $f(x) = e^{2x}(2 - x^2)$ .

4. Najděte všechny tečny grafu funkce  $f(x) = \ln \frac{x}{x+1}$ , které jsou rovnoběžné s přímkou  $x - 2y = 7$ .

5. Pomocí integrace per partes vypočtete integrál  $\int \frac{x}{2} (\ln 2x - x^5) dx$ .

6. Určete obsah plochy v polovině  $x \geq 0$ , která je ohraničená osou  $y$  a křivkami  $y = x^4$  a  $y = 2 - x^2$ .

7. Uveďte Newtonovu metodu pro nalezení záporného řešení rovnice  $x^4 + 8x - 2 = 0$ , tj.

a) najděte interval délky nejvýše 1 obsahující hledané řešení,

b) ověřte konvergenci metody na tomto intervalu,

c) napište rekurentní vzorec pro aproximace,

d) zvolte počáteční aproximaci  $x_0$  a vypočtete následující aproximaci  $x_1$ .