IMF
5) Triangulární konormy

Adam Hrbáč

Martin Jabůrek

Vítězslav Šafář

Definice

- Pro každou T-normu T můžeme vyjádřit duální T-konormu S, která je definovaná jako:

$$\boxed{\begin{gathered} S: [0,1]^2 \to [0,1] \\ S(x,y) = N\Big(T\big(N(x), N(y)\big)\Big) \end{gathered}}$$

  - Kde N je involutivní negátor

- Podobně, jako se T-normy používají k modelování fuzzy konjunkcí a průniků množin, tak T-konormy používáme k definici fuzzy disjunkcí a sjednocení množin.
- Pokud jsou T-norma T a T-konorma S duální, říkáme, že tvoří „duální dvojici“ (T,S).

Vlastnosti I

- Následující vlastnosti jsou u T-konorem stejné, jako u T-norem.
  - (S1) Komutativnost

$$S(x, y) = S(y, x)$$

  - (S2) Asociativnost

$$S(x, S(y, z)) = S(S(x, y), z))$$

  - (S3) Monotónnost

$$y \leq z \Longrightarrow S(x, y) \leq S(x, z)$$

- Okrajová podmínka stále platí, ale ve formě:
  - (S4) Okrajová podmínka

$$S(x, 0) = x$$

Základní T-konormy

- U T-norem jsme si říkali o 4 základních. Nalezením T-konormy ke každé z nich získáme 4 základní T-konormy:
  - Standardní T-konorma

$$S_M(x, y) = \max(x, y)$$

  - Pravděpodobnostní součet

$$S_P(x, y) = x + y - xy$$

  - Łukasiewiczova konorma

$$S_L(x, y) = \min(x + y, 1)$$

  - Drastický součet

$$S_D(x, y) = \begin{cases} \max(x, y)\,; & x = 0 \vee y = 0 \\ 1; & jinak \end{cases}$$

Základní duální dvojice

- Nyní můžeme určit 4 základní duální dvojice:
  - (T_M, S_M)
  - (T_P, S_P)
  - (T_L, S_L)
  - (T_D, S_D)

Vlastnosti II

- Dle (S1) a (S4) platí:

$$S(0, x) = S(x, 0) = x$$

- Dle (S1) a (S3) rovněž platí:

$$S(1, x) = S(x, 1) = 1$$

- Podobně jako u T-norem můžeme T-konormy porovnávat. Platí:

$$S_M \leq S \leq S_D$$
$$S_M \leq S_P \leq S_L \leq S_D$$

Kde S je libovolná T-konorma

Algebraické vlastnosti I

$$S(x, y)$$

spojité *nespojité*

nearchimédovské *archimédovské*

striktní *nilpotentní*

Algebraické vlastnosti II

- Spojitost
  - např.: S_D je nespojitá, ostatní základní T-konormy jsou spojité

- Archimédovká vlastnost
  - T-konorma je Archimédovská, pokud platí:

$$S(x,x) > x \; pro \; x \in (0,1)$$

    - např.: S_P, S_L
  - V ostatních případech:

$$S(x,x) = x \; pro \; x \in (0,1)$$

    - např.: S_M

Algebraické vlastnosti III

- Striktnost
  - $x \neq 1 \wedge y < z \Longrightarrow S(x, y) < S(x, z)$
    - tzn.: striktně rostoucí
  - např.: S_P
- Nilpotentnost
  - Není striktní
  - např.: S_L

Parametrické třídy T-konorem

- Jsou duální k parametrickým T-normám
  - Yagerova

$$S_p^Y(x,y) = \min\left((x^p + y^p)^{\frac{1}{p}}, 1\right)$$

  - Schweizerova-Sklarova

$$S_p^{SS}(x,y) = 1 - max(0, (1-x)^p + (1-y)^p - 1)^{\frac{1}{p}} \; pro \; p \neq 0$$

  - Hamacherova

$$S_p^H(x,y) = \frac{x + y - (2-p)xy}{1 - (1-p)xy}$$

  - Dombiho

$$S_p^D(x,y) = \frac{1}{1 + (\left(\frac{1}{x} - 1\right)^{-p} + (\frac{1}{y} - 1)^{-p})^{-\frac{1}{p}}} \; pro \; p \neq 0$$

  - Dubois-Pradeova, Frankova, …