

BONUSOVÉ ÚKOLY

1. Sestrojte fuzzy negátor $N : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ tak, aby byl involutivní a aby $N(\frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$.
2. Jaké musí být hodnoty $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, jestliže má pro fuzzy negátor $N : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ platit: N je involutivní a $N(a) = b, N(c) = d$.
3. Pro jaké fuzzy negátory platí: $N(N(1 - x)) = N(x)$?
4. Pro jaké fuzzy negátory platí: $N(N(N(x))) = N(x)$?
5. Které z následujících tvrzení je pravdivé?
 - Ak $x \in (0, 1)$ je nilpotentní prvek t-normy T , tak je také dělitelem nuly v dané t-normě T .
 - Ak $x \in (0, 1)$ je dělitelem nuly v t-normě T , tak je také nilpotentním prvkem dané t-normy T .

Svoje tvrzení podložte konkrétním příkladem $x \in (0, 1)$ a t-normy T .

6. Najděte příklad spojitě t-normy, která není Archimedovská (vymyslete konstrukci pro třídu takových t-norem).
7. Zjistěte, pro které t-normy T a involutivní negátory n platí

$$\max(T(x, y), T(x, n(y))) \leq x.$$

8. Zjistěte, pro které t-normy a negátory platí

$$S_P(T(x, y), T(x, n(y))) \leq x,$$

přičemž $S_P(x, y) = x + y - x \cdot y$.

9. Nechť $g(x) = 2(1 - x)$. Pro kterou t-normu je funkce g aditivní generátor?
10. Popište vztahy mezi aditivními a multiplikativními generátory spojitých t-norem.
11. Nechť g je aditivní generátor spojitě t-normy a $c \in \mathbb{R}^+$. V jakém vztahu budou t-normy generované generátory g a $c \cdot g$?
12. Nechť g, f jsou multiplikativní generátory spojitých t-norem. V jakém vztahu budou t-normy generované generátory g, f a $g \circ f$?
13. Najděte invariant φ -transformace pro nilpotentní minimum.
14. Nechť φ je neklesající funkce na $[0, 1]$. V jakém vztahu budou funkce T_φ a $T_{\varphi(-)}$? Úlohu vyřešte pro T_D .
15. Nechť φ je neklesající funkce na $[0, 1]$. V jakém vztahu budou funkce T_φ a $T_{\varphi(-)}$? Úlohu vyřešte pro nilpotentní minimum.
16. Najděte t-normu, která je kopulou.
17. Najděte t-normu, která není kopulou.

18. Duální kopula ke kopule C je dána vztahem $C^d(x, y) = x + y - C(x, y)$. Duální t-norma k t-normě T je dána vztahem $S(x, y) = 1 - T(1 - x, 1 - y)$. Existuje t-norma, pro kterou je T^d a S stejná funkce?
19. Zkoumejte vlastnosti kopuly $C(x, y) = \frac{xy}{x+y-xy}$.
20. Nechť $T : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ je t-norma a $\varphi : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ je neklesající funkce, potom T_φ je také t-norma. Vyšetřete residuální implikace, které vzniknou pomocí $(T_M)_\varphi$.
21. Vyšetřete (S, N) -implikace, které vzniknou pomocí S_M, S_P, S_L, S_D a $N(x) = 1 - x^2$.
22. Nechť $S : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ je t-konorma a $\varphi : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ je neklesající funkce, potom S_φ je také t-konorma. Vyšetřete (S, N) -implikace, které vzniknou pomocí $(S_M)_\varphi$ a N_S .
23. Nechť T je spojitá t-norma a nechť funkce d_T je dán a následovně

$$d_T(x, y) = \begin{cases} S(x, y) - T(x, y) & x \neq y, \\ 0 & x = y. \end{cases}$$

Je funkce d_T metrika?