Negace ve fuzzy logice

M&M

- Definice
- Vlastnosti
- Známé třídy negátorů
- Involutivní negátory
- Příklady

Definice a Vlastnosti

- *Unární operátor* $N : [0, 1] \to [0, 1]$ *se nazývá* negátor, *pokud pro libovolné* $a, b \in [0, 1]$ *platí:*
  - *(N1)* $a < b \Rightarrow N(b) \leq N(a)$
  - *(N2)* $N(0) = 1, N(1) = 0$
- *Fuzzy negátor* N*: [0, 1] → [0, 1] nazýváme striktním, pokud splňuje následující dvě vlastnosti:*
  - (N3): N je spojitá funkce
  - (N4): Pokud $x < y$, pak $N(y) < N(x)$ pro všechna $x, y \in [0, 1]$
  - (N5): $N(N(x)) = x$ pro všechna
- *Pokud negátor* N *splňuje involutivnost, nazýváme ho silným fuzzy negátorem.*
- *Každý striktní fuzzy negátor není silný, ale každý silný negátor je zároveň striktní.*

Známé třídy negátorů

- Nejmenší negátor $N\perp$

Gödelův negátor

$$N_{\perp} = \begin{cases} 0, & \mathrm{x} > 0, \\ 1, & \mathrm{x} = 0, \end{cases}$$

- Největší negátor $N\top$

Duální Gödelův negátor

$$N_{\top} = \begin{cases} 0, & \mathrm{x} = 1, \\ 1, & \mathrm{x} < 1. \end{cases}$$

- Prahové Negátory

$$N_{\theta}(x) = \begin{cases} 1 & \text{ak } x \leq \theta, \\ 0 & \text{inak}, \end{cases} \qquad \theta \in [0,1[,$$

Známé třídy negátorů

Sugenovi $$N_{Su}^{c}(x) = \frac{1-x}{1+cx}, \qquad c \in]-1, \infty],$$

Yagerovi $$N_{Y}^{c}(x) = (1-x^{c})^{\frac{1}{c}}, \qquad c \in]0, \infty].$$

Konstrukce negátoru

Negátory můžeme konstruovat pomocí generátorů, tedy pomocí funkcí g: [0,1] → [0,1], které jsou spojité, rostoucí a splňují podmínky $g(0) = 0$, $g(1) = 1$.

Způsob generování je dán vztahem:

$$N_g(x) = g^{-1}(1 - g(x))$$

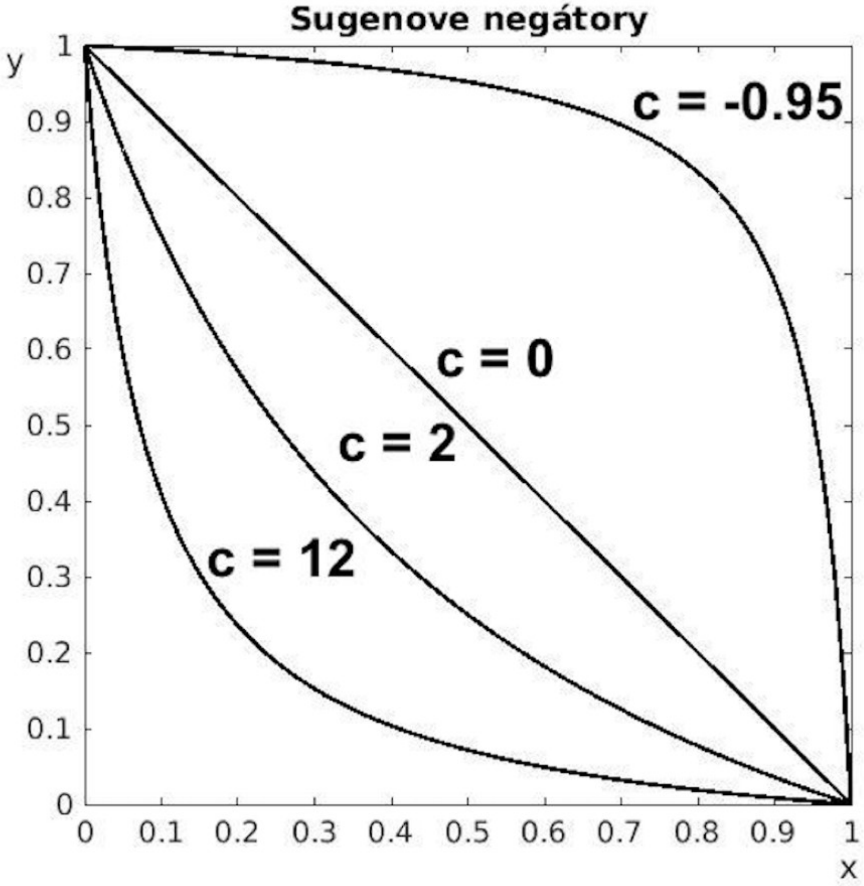
Sugenovi Negátory

$$N_{Su}^{c}(x) = \frac{1-x}{1+cx}, \qquad c \in]-1, \infty],$$

- Silný negátor
  - *(N1)* $a<b \Rightarrow N(b) \leq N(a)$
  - *(N2)* $N(0) = 1, N(1) = 0$
  - (N3): N je spojitá funkce
  - (N4): Pokud $x < y$, pak $N(y) < N(x)$ pro všechna $x, y \in [0, 1]$
  - (N5): $N(N(x)) =$ $N_{Su}(N_{Su}(x)) = x$

- Generátor Sugenova negátoru

$$g_c(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+cx)}{\ln(1+c)} & \text{ak } c \in]-1, 0[\cup]0, \infty[, \\ x & \text{ak } c = 0, \end{cases}$$



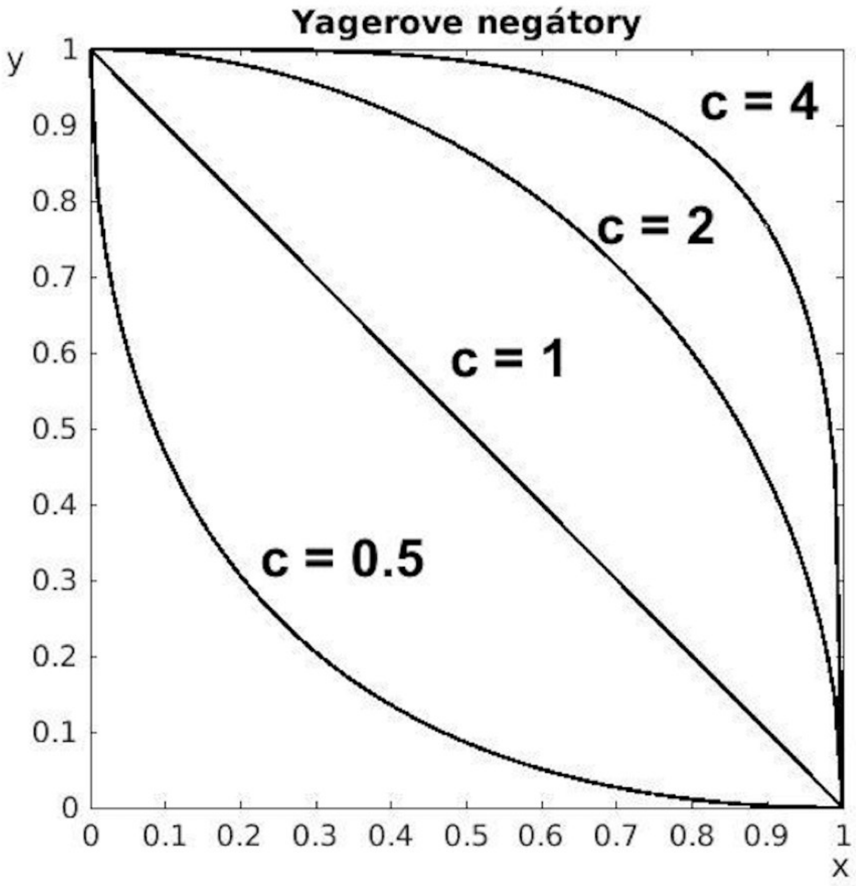
Yagerovi Negátory

$$N_Y^c(x) = (1 - x^c)^{\frac{1}{c}}, \qquad c \in]0, \infty].$$

- Silný negátor
  - *(N1)* $a<b \Rightarrow N(b) \leq N(a)$
  - *(N2)* $N(0) = 1, N(1) = 0$
  - (N3): N je spojitá funkce
  - (N4): Pokud $x < y$, pak $N(y) < N(x)$ pro všechna $x, y \in [0, 1]$
  - (N5): $N(N(x)) = x$ $N_Y(N_Y(x)) = x$

- Generátor Sugenova negátoru

$$g_c(x) = x^c$$



Pevné body

- Pevným bodem fuzzy negátoru N nazýváme takovou hodnotu $e \in [0,1]$, pro kterou platí $N(e) = e$.

- [illegible] negátor má pevný bod

$$N(x) = \begin{cases} 0, & \text{ak x} > 0.5 \\ 1, & \text{ak } x \leq 0.5. \end{cases}$$

Sugenův pevný bod

$$\frac{1-x}{1+cx} = x,$$

Yagerův pevný bod

$$(1-x^c)^{\frac{1}{c}} = x.$$

ϱ transformace

- Nové fuzzy negátory můžeme konstruovat i pomocí již známých fuzzy negátorů
- ϱ-transformace
  - $\varrho : [0,1] \to [0,1]$ *je rostoucí bijekce*

$$N^{\rho}(x) = \rho^{-1}(N(\rho(x))).$$

- *Jako negátor se používají již známé negátory*

Príklad 2.4.1. *Funkcia $\rho(x) = x/(2-x)$ je na intervale $]0,1[$ bijekcia a rovnako aj jej inverzné zobrazenie $\rho^{-1}(x) = 2x/(1+x)$. Obidva navyše spĺňajú okrajové podmienky $\rho(0) = 0$ a $\rho(1) = 1$*

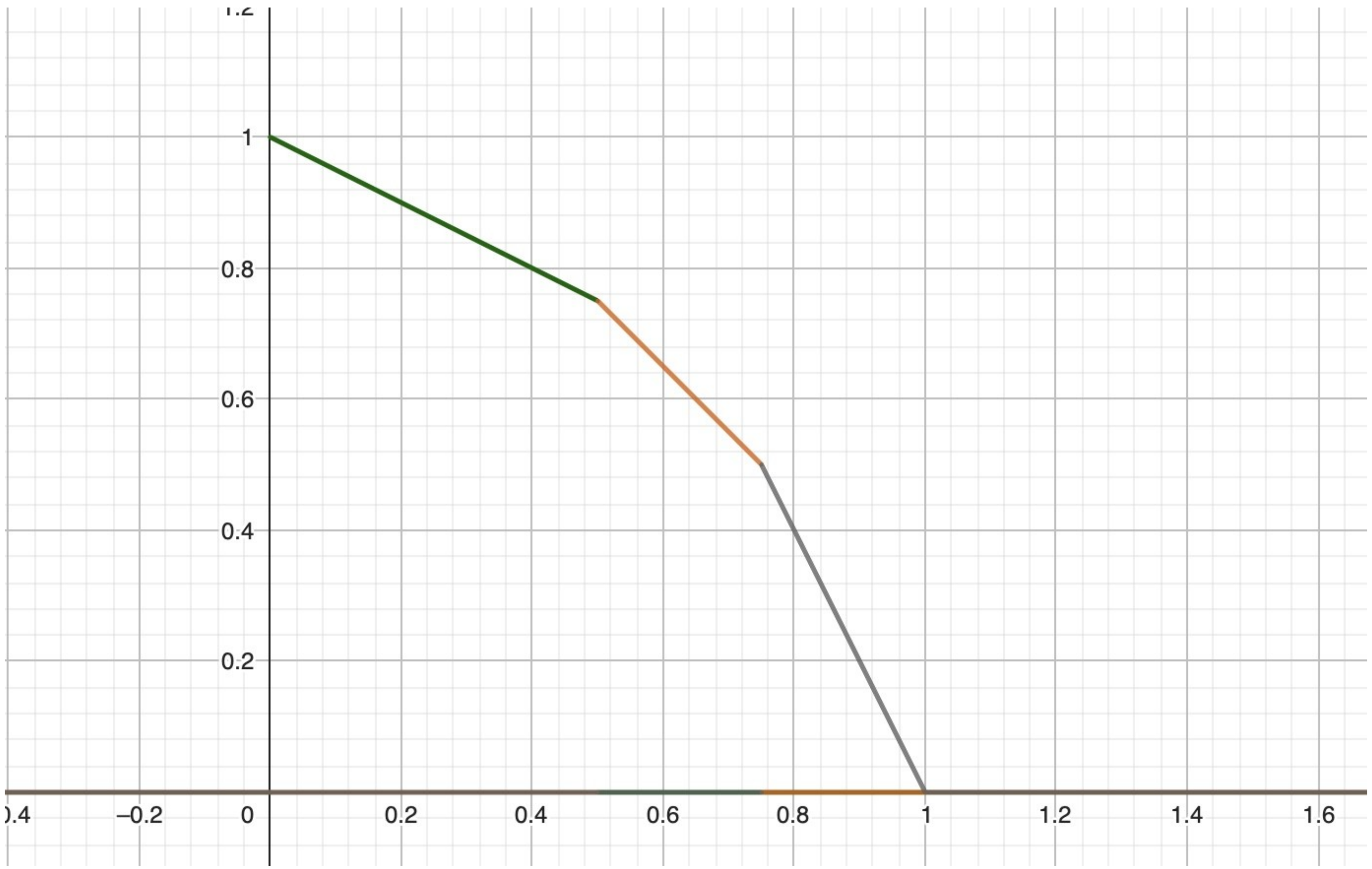
$$N^{\rho}_{Su}(x) = \rho^{-1}\left(\frac{2-2x}{2+(c-1)x}\right) = \frac{1-x}{1+\frac{c-3}{4}x}$$

$$N^{\rho}_{Y}(x) = \rho^{-1}\left(\left(1-\left(\frac{x}{2-x}\right)^{c}\right)^{\frac{1}{c}}\right) = \frac{2\left(1-\left(\frac{x}{2-x}\right)^{c}\right)^{\frac{1}{c}}}{1+\left(1-\left(\frac{x}{2-x}\right)^{c}\right)^{\frac{1}{c}}}$$

Pre aké fuzzy negátory platí: $N(N(N(x))) = N(x)$?

Pre aké fuzzy negátory platí: $N(N(1 - x)) = N(x)$?

Zostrojte fuzzy negátor $N : [0, 1] \to [0, 1]$ tak, aby bol involutívny a aby $N(\frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$.



Aké musia byť hodnoty $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, ak má pre fuzzy negátor $N : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ platiť: N je involutívny a $N(a) = b, N(c) = d$.