

Algebraické výrazy – domácí cvičení ke kurzu z matematiky

Příklad 1. Zjednodušte následující výrazy a udejte podmínky existence:

a) $\frac{a-1}{a} - \frac{a}{a-1} - \frac{1}{a^2-a},$

b) $\frac{x^2}{x-1} - \frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1},$

c) $\frac{x^2 - 8x + 16}{3x - 12},$

d) $\frac{(x+y)^2 - z^2}{(x+z)^2 - y^2},$

e) $\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{ab}{a-b}\right)^2,$

f) $\frac{96a^3b^7 - 24a^5b^5}{24a^5b^6 - 12a^6b^5},$

g) $\left(\frac{u}{u-v} - \frac{v}{u+v}\right) : \left(\frac{v}{u-v} + \frac{u}{u+v}\right), \quad h) (x^2 + y^2)^2 - (x^2 - y^2)^2.$

Příklad 2. Určete hodnotu výrazu $\left[\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) \right] : \left[\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)^2 \cdot \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 \right) \right],$

v bodě: a) $a = 2, \quad b) b = -\frac{1}{2}.$

Příklad 3. Zjistěte, pro které a je hodnota výrazu $\frac{4a^{-\frac{1}{2}}}{1 - (1 + \sqrt{a})^2(1 - \sqrt{a})^{-2}} \cdot \frac{a}{(1 - \sqrt{a})^2}$ rovna -1.

Příklad 4. Zjednodušte následující výrazy v \mathbf{R} :

a) $\sqrt{\frac{\sqrt{a} \sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a^4} \sqrt{a^3}}},$

b) $\frac{\sqrt{a} \sqrt{b} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{b} a^{-3}},$

c) $\sqrt[3]{\frac{x^2 \sqrt{x^{-5}}}{\sqrt[3]{x}}},$

d) $\frac{\sqrt{a} \sqrt{b}}{\sqrt[3]{ab}} : \frac{\sqrt[4]{ab}}{\sqrt{b} \sqrt{a}},$

e) $\left(\sqrt{\frac{1}{\sqrt{a}} \sqrt{\frac{1}{a^3} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{a^5}}}}} \right)^{-1}$

f) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{x}}} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}}}.$