

Komplexní čísla – domácí cvičení ke kurzu z matematiky

Příklad 1. Vyjádřete výrazy $a + b$, $b - a$, $a \cdot b$, $b : a$, a^2 , \bar{b} , $-a$, \bar{a} v algebraickém tvaru, když $a = 2\sqrt{3} - 2i$, $b = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Příklad 2. Vypočítejte:

$$\text{a) } \left| \frac{-2 - 3i}{3 - 2i} \right| \quad \text{b) } \left| \frac{i^{10} - i}{1 + 2i} \right|$$

Příklad 3. Najděte reálnou a imaginární část komplexních čísel:

$$\text{a) } \left(\frac{1-i}{1+i} \right)^2 - \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^2 \quad \text{b) } \frac{9i^9 - 7i^7 + 5i^5 - 3i^3 + i}{25i^3}.$$

Příklad 4. Najděte goniometrický tvar komplexních čísel:

$$a = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad b = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i, \quad c = \frac{3-i}{1+3i}.$$

Nakreslete čísla a , b , c v Gaussově komplexní rovině. Najděte goniometrický tvar čísel $a \cdot b$, $a : b$, $a \cdot b \cdot c$, b^4 .

Příklad 5. V oboru komplexních čísel řešte rovnice:

$$\text{a) } z^4 + 1 = 0, \quad \text{b) } z^3 - 8 = 0, \quad \text{c) } z^3 - 8i = 0.$$

Příklad 6. Vypočítejte

$$\text{a) } i^{2009} \quad \text{b) } |z|, \quad \text{kde } z = 3 - 4i.$$

Příklad 7. V Gaussově komplexní rovině nakreslete množinu všech komplexních čísel, pro která platí:

$$\text{a) } |z - i| = 3, \quad \text{b) } |z - 2 + 3i| < 2, \quad \text{c) } |z + 2| \geq 1.$$