

## Komplexní čísla

1) Vyjádřete výrazy  $a+b$ ,  $b-a$ ,  $a \cdot b$ ,  $\frac{b}{a}$ ,  $a^2$ ,  $-a$ ,  $\bar{a}$  v algebraickém tvaru,

$$\text{je-li } a = 2\sqrt{3} - 2j, \quad b = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}j.$$

2) Najděte algebraický tvar komplexních čísel

a)  $(1+j) \cdot j$       b)  $\frac{2+j}{1-j}$       c)  $(-1+j)^{-2}$       d)  $(-j)^{27}$   
e)  $j^{2009}$       f)  $j + j^3 + j^5 + j^7 + j^9$       g)  $5 - 8j + 6j^2 - 3j^3 + 6j^4$       h)  $\frac{j^{10} - j^{12} - 4j^{15}}{j^5 - j^3}$

3) Vypočítejte a)  $|3-4j|$ ,      b)  $\left| \frac{-2-3j}{3-2j} \right|$       c)  $\left| \frac{j^{10}-j}{1+2j} \right|$ .

4) Najděte reálnou a imaginární část komplexních čísel

a)  $\left( \frac{1-j}{1+j} \right)^2 - \left( \frac{1+j}{1-j} \right)^2$ ,      b)  $\frac{9j^9 - 7j^7 - 5j^5 - 3j^3 + j}{25j^3}$ .

5) Najděte goniometrický (a exponenciální) tvar komplexních čísel

a)  $a = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}j$ , b)  $b = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}j$ , c)  $c = \frac{3-j}{1+3j}$ .

Nakreslete čísla a, b, c v Gaussově komplexní rovině. Najděte goniometrický a exponenciální tvar čísel

$$a \cdot b, \quad \frac{a}{b}, \quad a \cdot b \cdot c, \quad b^4.$$

6) Najděte goniometrický tvar komplexních čísel

a)  $-2$       b)  $5j$       c)  $1-j$       d)  $\frac{2-j}{3j-1}$

7) Najděte algebraický tvar komplexních čísel

a)  $2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + j \sin \frac{\pi}{6} \right)$       b)  $\left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}j \right)^{100}$ .

8) Vypočítejte  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$  je-li

a)  $z_1 = 6 \left( \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} \right)$ ,  $z_2 = \frac{1}{3} \left( \cos \frac{\pi}{6} + j \sin \frac{\pi}{6} \right)$       b)  $z_1 = \sqrt{3} + j$ ,  $z_2 = 6 \left( \cos \frac{\pi}{3} + j \sin \frac{\pi}{3} \right)$

9) V oboru komplexních čísel řešte rovnice

a)  $z^4 = 1$       b)  $z^4 + 1 = 0$       c)  $z^3 = \frac{1}{8}$       d)  $z^6 = -64$       e)  $z^3 - 8i = 0$

10) V Gaussově komplexní rovině nakreslete množinu čísel, pro která platí

a)  $|z-j|=3$       b)  $|z-2+3j|<2$       c)  $|z+2|\geq 1$