

Úloha 7 – goniometrické funkce

1. Určete a) $\operatorname{tg}\left(-\frac{7}{6}\pi\right)$ b) $\cos\left(-\frac{77}{2}\pi\right)$ c) $\sin\left(\frac{11}{6}\pi\right)$ d) $\operatorname{tg}\left(\frac{55}{6}\pi\right)$

a zjistěte, pro která x platí e) $\sin x > 0 \wedge \cos x > 0$ f) $\sin x \leq 0 \wedge \cos x \leq 0$

2. Určete hodnoty $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, je-li $\operatorname{cotg} x = -\frac{2}{5}$ a $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$.

V příkladech 3. – 6. určete všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která platí:

3. a) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\operatorname{cotg} 6x = -1$ c) $\cos x = -\frac{1}{2}$ d) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ e) $\operatorname{tg} \frac{|x|}{2} = 1$

4. a) $\sin x = 1 \wedge \cos x = 0$ b) $\sin x = 0 \wedge \cos x = -1$ c) $\operatorname{tg} x = \operatorname{cotg} x$ d) $\cos x = -\sin x$

5. a) $|\sin x| = \cos x$ b) $\cos x \geq |\sin x|$

6. a) $\sin x = -\sin(-x)$ b) $\cos x = -\cos(-x)$ c) $\operatorname{tg} x = -\operatorname{tg}(-x)$ d) $\operatorname{cotg} x = -\operatorname{cotg}(-x)$

V příkladech 7. – 12. určete všechna $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$, pro která platí:

7. $\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} = 3$ 8. a) $4 \cdot \cos^2 x - 2(1 + \sqrt{3})\cos x + \sqrt{3} = 0$

9. $4\sin^2 x = \sqrt{3} \operatorname{tg} x$ 10. $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$

11. $\operatorname{tg}^2 x + 4\sin^2 x = 3\cos^2 x + 3\sin^2 x$ 12. a) $3\sin^2 x - 2\sin x = 1$

Příklady 7. – 12. jsou za 2 body

13. Určete všechna $x \in \mathbb{R}$, pro která platí:

a) $\sin^2 x > \frac{3}{4}$ b) $\cos^2 x < \frac{1}{2}$

14. Určete všechna $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$, pro která platí $\sin x + \cos 2x > 1$.

Upravte následující výrazy (tak, aby vyšel uvedený výsledek) a uveďte, za jakých podmínek se výsledný výraz rovná zadanému:

15. $\operatorname{cotg} x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ $\left(\frac{1}{\sin x}\right)$ 16. $\frac{\sin 2x}{\cos^2 x}$ $(2 \operatorname{tg} x)$

17. $\frac{(1 + \operatorname{tg} x)^2}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$ $(1 + \sin 2x)$ 18. $\frac{\operatorname{cotg} x + \operatorname{cotg} y}{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}$ $(\operatorname{cotg} x \operatorname{cotg} y)$

19. $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} + \frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x}$ $(2 \operatorname{tg} x)$ 20. $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{\cos 2x}$ $\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)$

21. $\frac{1 + \cos x + \cos 2x}{\sin x + \sin 2x}$ $(\operatorname{cotg} x)$