

Domácí úloha 8 - Základní vlastnosti funkcí

V příkladech **1)–3)** zjistěte (z definice!), které z následujících funkcí jsou prosté, a jsou-li prosté, najděte k nim inverzní funkce.

1) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 2}$ 2) $f(x) = 3^{\frac{x}{x-1}}$ 3) $f(x) = 1 + \sqrt{3 + e^{2x}}$

4) Najděte konstantu k tak, aby

a) $f(x) = x^2 + kx + 1$ byla sudá, b) $f(x) = x^3 - kx^2 + 2x$ byla lichá. **Své tvrzení dokažte.**

V příkladech **5)–11)** **musí být vždy proveden důkaz příslušného tvrzení.**

5) Necht' funkce f a g jsou definovány na stejném intervalu. Ukažte, že jsou-li funkce f i g rostoucí, je i funkce $f + g$ rostoucí.

6) Najděte rostoucí funkci f a klesající funkci g tak, aby funkce $f + g$ byla rostoucí.

7) Necht' f je lichá funkce, která je definovaná pro $x = 0$. Jakou zde má funkční hodnotu? Své tvrzení dokažte.

8) Necht' jsou funkce f a g periodické se stejnou periodou. Ukažte, že funkce $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$ jsou také periodické.

9) Ukažte, že všechny konstantní funkce jsou ohraničené.

10) Ukažte, že je-li funkce f ohraničená na intervalu I , je také $-f$ ohraničená na tomto intervalu.

11) Ukažte, že inverzní funkce k prosté liché funkci je opět lichá. Co můžeme říci o inverzní funkci k prosté sudé funkci?