Zkouška LDRE 1. termín 11.1.2019

Jméno a Příjmení: login:

1. Nalezněte obecné řešení Bernoulliho diferenciální rovnice 10bodů

$$y'(x) = 2\frac{y(x)}{x} + \frac{x^3}{y(x)}$$

řeš. $y\,(x) = \sqrt{2\,\ln{(x)} + C}x^2$

2. Vysvětlete postup řešení diferenciální rovnice Clairo. 5bodů

3. Řešte exaktní diferenciální rovnici: 10bodů

$$y'\,(x) = \frac{(y\,(x))^2 - 4\,y\,(x) + 10\,x - 6}{2x\,(2 - y\,(x))}.$$

$F(x,y) = y^2x - 4xy + 5x^2 - 6x = C$ v exaktním tvaru $y = 2 \pm \frac{\sqrt{10x^2\,Cx - 5x^3}}{x}$

4. Popište strukturu řešení nehomogenního systému systému lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu s konstantními koeficienty. 5bodů

5. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$e^{Bt} = \begin{bmatrix} -2\,\mathrm{e}^t + 3\,\mathrm{e}^{2\,t} & -6\,\mathrm{e}^{2\,t} + 6\,\mathrm{e}^t \\ \mathrm{e}^{2\,t} - \mathrm{e}^t & 3\,\mathrm{e}^t - 2\,\mathrm{e}^{2\,t} \end{bmatrix}$$

6. Pomocí Hurwitzova kritéria rozhodněte o stabilitě řešení diferenciální rovnice 10bodů

$$x^{(4)}(t) + 5\,x^{(3)}(t) + 12\,x''(t) + 11\,x'(t) + 20x(t) = 0.$$

$$\Delta_1 = 11,\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} 11 & 20 \\ 5 & 12 \end{vmatrix} = 32,\ \Delta_3 = \begin{vmatrix} 11 & 20 & 0 \\ 5 & 12 & 11 \\ 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 39 = \Delta_4$$

stabilní

7. Popište metodu charakteristik a klasifikaci pro lineární parciální diferenciální rovnice druhého řádu. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$xz'_x - 2yz'_y = 0$$

určené počáteční podmínkou $x = t, y = t, z = t$.
$z = f\left(xy^2\right),\ z = \sqrt[3]{xy^2}$