

## Zkouška LDRE 2. termín 16.1.2014

Jméno a Příjmení:

login:

1. Nalezněte obecné řešení Bernoulliho diferenciální rovnice 10bodů

$$y'x = y - \frac{2}{x^2y}$$

řeš.  $y(x) = x\sqrt{C + x^{-4}}$

2. Co je diferenciální rovnice 1. řádu s integračním faktorem a popište postup řešení. 5bodů

3. Určete řešení Cauhyho počáteční úlohy určené podmínkou  $y(0)=0$ . a exaktní diferenciální exaktní rovnici: 10bodů

$$\left(\frac{1}{x+y+1} + 2x + 2y + 2\right) dx + \left(\frac{1}{x+y+1} + 2x + 2y + 1\right) dy = 0.$$

řeš.  $\ln(x+y+1) + (x+y)^2 + 2x + y = 0$

4. Popište metodu vlastních čísel a vektorů pro systémy LDR s konstantní maticí. 5bodů

5. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$e^{Bt} = \begin{bmatrix} e^{-t} & e^{2t} - e^{-t} \\ 0 & e^{2t} \end{bmatrix}$$

6. Pomocí Hurwitzova kritéria rozhodněte o stabilitě diferenciální rovnice 10bodů

$$x^{(4)}(t) + 3x^{(3)}(t) + 6x''(t) + 4x'(t) + 5x(t) = 0.$$

$$\Delta_1 = 4, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 9, \Delta_3 = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 11, \Delta_3 = \Delta_4$$

stabilní

7. Popište metodu řešení pro kvazilineární parciální diferenciální rovnice prvního řádu. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$2yz'_x + z'_y = 0$$

určené počáteční podmínkou  $x = t^2, y = 2t, z = 9t^4$ .

obec,  $z = f(x - y^2)$ , konkr.  $z = (x - y^2)^2$

## Zkouška LDRE 2. termín 15.1.2013

1. Nalezněte obecné řešení exaktní diferenciální rovnice 10bodů

$$(\ln(x+y) + 3x^2y + 2x + 1)dx + (\ln(x+y) + x^3)dy = 0$$

$$(x+y)\ln(x+y) + x^3y + x^2 - y + 3 = 0$$

2. Vysvětlete postup řešení diferenciální rovnice 1. řádu s integračním faktorem. 5bodů

3. Rozhodněte o stabilitě řešení diferenciální rovnice 10bodů

$$x^{(4)}(t) + 8x^{(3)}(t) + 26x''(t) + 40x'(t) + 16x(t) = 0.$$

$$[-2 + \sqrt{2}, -2 - \sqrt{2}, -2 + 2i, -2 - 2i]$$

4. Nalezněte obecné řešení systému lineárních rovnic: 10bodů

$$\dot{x} = 2x + y - 3$$

$$\dot{y} = x + 2y - 3$$

5. Popište strukturu řešení lineární diferenciální rovnice  $n$  řádu. 5bodů

6. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} -e^t + 2e^{2t} & -2e^{2t} + 2e^t \\ e^{2t} - e^t & 2e^t - e^{2t} \end{bmatrix}$$

7. Popište metodu charakteristik pro lineární parciálně diferenciální rovnice druhého řádu. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$2z'_x - z'_y = 0,$$

které vyhovuje počáteční podmínce  $z(t, t) = t^2$ .

$$z = (x + 2y)^2$$

### Zkouška LDRE 3. termín 21.1.2012

1. Nalezněte obecné řešení exaktní diferenciální rovnice 10bodů

$$\begin{aligned} & ((x + y + 1)e^{x+y} + \cos x)dx + ((x + y + 1)e^{x+y} + 2y)dy = 0 \\ & (x + y)e^{(x+y)} + \sin x + y^2 = c \end{aligned}$$

2. Vysvětlete postup řešení Bernoulliho diferenciální rovnice. 5bodů

3. Rozhodněte o stabilitě řešení lineární diferenciální rovnice

$$x^{(4)} + 8x^{(3)} + 21x'' + 26x' + 14x = 0$$

4. Nalezněte obecné řešení systému lineárních rovnic: 10bodů

$$\dot{x} = 4x + y - 5$$

$$\dot{y} = x + 4y - 5$$

$$x = C_1 e^{5t} + C_2 e^{3t} + 1 \quad y = C_1 e^{5t} - C_2 e^{3t} + 1$$

5. Popište postup řešení lineární diferenciální rovnice  $n$  řádu s konstantními koeficienty. 5bodů

6. Nalezněte exponenciálu matice 10bodů

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -e^{-t} + 2e^t & -2e^t + 2e^{-t} \\ e^t - e^{-t} & 2e^{-t} - e^t \end{pmatrix}$$

7. Definujte kvazilineární parciální diferenciální rovnici a popište metodu řešení. 5bodů

8. Najděte řešení rovnice: 10bodů

$$2z'_x + 3z'_y = 0,$$

které vyhovuje počáteční podmínce  $u(x, x) = x^2$ .

$$z = (3x - 2y)^2$$