

Za písemku můžete získat maximálně 10 bodů. Které příklady budete řešit je Vaše volba.

.....

1. Řešte maticovou rovnici  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$  2body  
 $\begin{pmatrix} 1 & 9 & 5 \\ 1 & -12 & -4 \end{pmatrix}$

2. Diagonalizujte matici  $A$  včetně matic  $Q$  a  $Q^{-1}$  3body

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

3. Určete vlastní čísla matice a vlastní vektory  $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 5 & 5 & 2 \end{pmatrix}$  3body

$$\lambda_1 = 0, \vec{v}_1 = (1, 1, 5)^T, \quad \lambda_2 = 1, \vec{v}_2 = (-1, 1, 0)^T, \quad \lambda_3 = 7, \vec{v}_3 = (1, 1, 2)^T.$$

4. Ortogonalizujte vektory  $\vec{v}_1 = (1, 0, 1, 0)^T, \vec{v}_2 = (2, 1, 2, -1)^T, \vec{v}_3 = (1, 2, -2, 2)^T$  v daném pořadí.  
2body

$$\vec{u}_1 = (1, 0, 1, 0)^T, \vec{u}_2 = (0, 1, 0, -1)^T, \vec{u}_3 = (3, 4, -3, 4)^T$$

5. Diskutujte definitnost matice  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & a & 3 \end{pmatrix}$  vzhledem k parametru  $a$ . 3body

pro  $a \in \left(\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{10}}{3}, \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{10}}{3}\right)$  pozitivně definitní, pro  $a \in \mathbb{R} - \left[\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{10}}{3}, \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{10}}{3}\right]$  indefinitní

Za písemku můžete získat maximálně 10 bodů. Které příklady budete řešit je Vaše volba.

.....

1. Řešte maticovou rovnici  $X \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 18 & -13 \\ 9 & -7 \\ 23 & -18 \\ 85 & -67 \\ 43 & -34 \end{pmatrix}$  2body

2. Diagonalizujte matici  $A$  včetně matic  $Q$  a  $Q^{-1}$  3body

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

3. Určete vlastní čísla matice a vlastní vektory  $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 2 \end{pmatrix}$  3body

$$\lambda_1 = -2, \vec{v}_1 = (2, -3, -1)^T, \quad \lambda_2 = 8, \vec{v}_2 = (1, 1, 2)^T, \quad \lambda_3 = 0, \vec{v}_3 = (1, 1, -6)^T.$$

4. Ortogonalizujte vektory  $\vec{v}_1 = (-1, 1, -1, 1)^T$ ,  $\vec{v}_2 = (2, 1, 2, -1)^T$ ,  $\vec{v}_3 = (1, 2, -2, 2)^T$  v daném pořadí. 2body

$$\vec{u}_1 = (-1, 1, -1, 1)^T, \vec{u}_2 = (1, 2, 1, 0)^T, \vec{u}_3 = (7, -1, -5, 3)^T$$

5. Diskutujte definitnost matice  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & a \\ 1 & a & -2 \end{pmatrix}$  vzhledem k parametru  $a$ . 3body

pro  $a \in (-2, 1)$  negativně definitní, pro  $a \in \mathbb{R} - [-2, 1]$  indefinitní

Za písemku můžete získat maximálně 10 bodů. Které příklady budete řešit je Vaše volba.

.....

1. Řešte maticovou rovnici  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$  2body

$$\begin{pmatrix} 11 & -3 & -2 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Diagonalizujte matici  $A$  včetně matic  $Q$  a  $Q^{-1}$  3body

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & \frac{4}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -5 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

3. Určete vlastní čísla matice a vlastní vektory  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -2 & 6 & 1 \\ 1 & 7 & 2 \end{pmatrix}$  3body

$$\lambda_1 = 5, \vec{v}_1 = (2, 1, 3)^T, \quad \lambda_2 = 6, \vec{v}_2 = (1, 1, 2)^T, \quad \lambda_3 = 0, \vec{v}_3 = (1, 1, -4)^T.$$

4. Ortogonalizujte vektory  $\vec{v}_1 = (0, 1, 0, 1)^T$ ,  $\vec{v}_2 = (2, 1, 2, 1)^T$ ,  $\vec{v}_3 = (1, 2, -2, 2)^T$  v daném pořadí. 2body

$$\vec{u}_1 = (0, 1, 0, 1)^T, \vec{u}_2 = (2, 0, 2, 0)^T, \vec{u}_3 = (3, 0, -3, 0)^T$$

5. Diskutujte definitnost matice  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & a \\ 1 & 2 & 1 \\ a & 1 & 2 \end{pmatrix}$  vzhledem k parametru  $a$ . 3body

$$\text{pro } a \in \left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{15}}{2}, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{15}}{2} \right) \text{ pozitivně definitní, pro } a \in R - \left[ \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{15}}{2}, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{15}}{2} \right] \text{ indefinitní}$$

Za písemku můžete získat maximálně 10 bodů. Které příklady budete řešit je Vaše volba.

.....

1. Řešte maticovou rovnici  $X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$  2body

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 9 \\ -5 & 8 \end{pmatrix}$$

2. Diagonalizujte matici  $A$  včetně matic  $Q$  a  $Q^{-1}$  3body

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Určete vlastní čísla matice a vlastní vektory  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 5 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \end{pmatrix}$  3body

$$\lambda_1 = 6, \vec{v}_1 = (1, 1, 2)^T, \quad \lambda_2 = 4, \vec{v}_2 = (1, 0, 1)^T, \quad \lambda_3 = 0, \vec{v}_3 = (1, 1, -4)^T.$$

4. Ortogonalizujte vektory  $\vec{v}_1 = (-1, 1, 1, -1)^T$ ,  $\vec{v}_2 = (2, 0, 0, 2)^T$ ,  $\vec{v}_3 = (1, 2, -2, 2)^T$  v daném pořadí. 2body

$$\vec{u}_1 = (-1, 1, 1, -1)^T, \vec{u}_2 = (1, 1, 1, 1)^T, \vec{u}_3 = (-1, 4, -4, 1)^T$$

5. Diskutujte definitnost matice  $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & a \\ 1 & a & -2 \end{pmatrix}$  vzhledem k parametru  $a$ . 3body

pro  $a \in (-2, \frac{4}{3})$  negativně definitní, pro  $a \in \mathbb{R} - [-2, \frac{4}{3}]$  indefinitní